



Faculdade de Ciências

Departamento de Matemática e Informática

Trabalho de Licenciatura em Estatística

**Aplicação dos modelos ARCH na avaliação das
exportações de energia eléctrica em Moçambique de
Janeiro de 2011 a Junho de 2022.**

Autora: Nica Zito Semente Lemos

Maputo, Março de 2024



Faculdade de Ciências

Departamento de Matemática e Informática

Trabalho de Licenciatura em Estatística

**Aplicação dos modelos ARCH na avaliação das
exportações de energia eléctrica em Moçambique de
Janeiro de 2011 a Junho de 2022.**

Autora: Nica Zito Semente Lemos

Supervisor: Bonifácio José, MSC, UEK

Maputo, Março de 2024

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha família em especial, aos meus pais Zito Semente Lemos e Fátima Janeiro Lemos que me apoiaram de forma incondicional em todos os momentos da minha trajetória acadêmica. Aos meus irmãos Dionísio Infelice, Florindo Infelice, Tiazina Lemos, Helena Lemos, Flávia lemos, Clausia Lemos, Cristina Lemos

DECLARAÇÃO DE HONRA

Declaro por minha honra que o presente trabalho é resultado da minha investigação e que o processo foi concebido para ser submetido apenas para a obtenção do grau de Licenciada em Estatística, na Faculdade de Ciências da Universidade Eduardo Mondlane.

Maputo, Março de 2024

(Nica Zito Semente Lemos)

AGRADECIMENTOS

Agradecer a Universidade Eduardo Mondlane pela oportunidade de fazer parte do corpo de estudantes desta instituição permitindo a realização de um grande sonho.

Agradecer ao Dr. Bonifácio José por aceitar o compromisso de supervisionar o presente trabalho. Agradecer os meus amigos e colegas Milva, Irene, Enea, Teotônio, Lourenço, Panfílio, Ivo Como, Luís Saize, Omar, Tereza, Benedito, Vassalo Tembe, Antônio, Armando e a todos aqueles que não foram mencionados mas que directa ou indirectamente me apoiaram na realização deste trabalho.

Resumo

A energia constitui um dos principais factores que contribuem para o crescimento económico e alívio da pobreza. Moçambique detém um potencial considerável em recursos energéticos, o que proporciona ao país condições favoráveis para satisfazer não só a procura interna como também as necessidades em energia ao nível da região da África Austral. Este trabalho tem como objectivo aplicar os modelos ARCH na avaliação das exportações de energia eléctrica de janeiro de 2011 à junho de 2022. Para a realização deste trabalho utilizou-se uma base de dados obtida no sítio WWW.BM.CO.MZ da série das exportações de energia eléctrica de Moçambique (USD Milhões). A série apresenta 150 observações. Para a estimação dos parâmetros foi usado o método de máxima verossimilhança. Entre os modelos analisados, o modelo EGARCH (1,1) apresentou melhor habilidade de previsão, para fora da amostra. As previsões da variância condicional das exportações de energia eléctrica (USD Milhões) mostraram tendência decrescente, isto é, significando um prejuízo em Milhões de Dolares Norte Americanos.

Palavras-chave: Modelos ARCH, Previsão, Séries Temporais, exportações de energia.

Abstract

Energy constitutes one of the main factors contributing to economic growth and poverty alleviation. Mozambique holds considerable potential in energy resources, which provides the country with favorable conditions to satisfy not only domestic demand but also the energy needs of the Southern African region. This work aims to apply the ARCH models in the evaluation of electrical energy exports from January 2011 to June 2022. To carry out this work, a database obtained from the series website www.bm.co.mz was used. of Mozambique's electricity exports(USD Million), The series presents 150 observations. to estimate the parameters, the maximum likelihood method was used. Among the models analyzed, the EGARCH (1,1) model presented the best forecasting ability, outside the sample; Forecasts of the conditional variance of electrical energy exports (USD Million) showed a decreasing trend. that is, meaning a loss in Millions of American Dollars.

Keywords: ARCH models, Forecasting, Time Series, energy exports.

Índice

1	Introdução	1
1.1	Contextualização	1
1.2	Problematização	2
1.3	Objectivos	2
1.3.1	Objectivo Geral	2
1.3.2	Objectivos específicos	2
1.4	Relevância de Estudo	3
1.5	Estrutura do trabalho	3
2	Revisão da literatura	4
2.1	Conceitos de séries temporal	4
2.1.1	Principais componentes de uma série temporal	5
2.1.2	Especificação de um processo estocástico	7
2.1.3	Estacionaridade das séries temporais	7
2.1.4	Autocorrelação e função de autocorrelação	9
2.2	Modelos de séries temporais	11
2.2.1	Modelos autoregressivos	12
2.2.2	Modelos de médias móveis	12
2.2.3	Modelos Autoregressivo Integrados e de Médias Móveis	13
2.2.4	Modelos autoregressivo com heteroscedasticidade condicional	13
2.2.5	Modelo ARCH Generalizado	14
2.2.6	Modelos Exponencial GARCH	15

3	Material e Métodos	17
3.1	Material	17
3.2	Métodos	17
3.2.1	Testes preliminares das séries Temporais	17
3.2.2	Estimação dos parâmetro dos modelos da classe ARCH	20
3.2.3	Medidas de desempenho nas previsões	23
4	Resultados e discussão	25
4.1	Análise exploratória dos dados	25
4.2	Resultados dos modelos da classe ARIMA	26
4.3	Resultados da estimação dos modelos da classe ARCH	28
4.3.1	Estimativas para a série exportações de energia eléctrica	28
4.3.2	Discussão dos resultados	32
5	Conclusões e Recomendações	33
5.1	Conclusões	33
5.2	Recomendações	33
	Referências Bibliográficas	34

Lista de Figuras

4.1	Comportamento da série de Exportações de energia	26
4.2	Curva de impacto de noticia dos modelos ARCH(1),GARH(1.1) e EGARCH(1.1) respectivamente.	30
5.1	Correlograma dos modelos ARCH(1),GARH(1.1) e EGARCH(1.1) respectivamente, da série de exportações de energia eléctrica de Moçambique	37
5.2	Distribuição dos resíduos da série de exportações de energia eléctrica.	38

Lista de Tabelas

4.1	Estatísticas descritivas da serie de exportações de energia eléctrica	25
4.2	Resultado do teste de Dickey Fuller Aumentado	26
4.3	Resultados da modelação da série de Exportações de energia eléctrica.	27
4.4	Teste LM de efeito ARCH para a variância dos erros do modelo das Exportações de energia eléctrica	27
4.5	Resultados dos modelos ARCH(1), GARCH(1.1) e EGARCH(1.1) para as exportações de energia eléctrica de Moçambique.	29
4.6	Estatísticas da estimação dos modelos ARCH(1), GARCH(1.1), EGARCH(1.1).	29
4.7	Teste de autocorrelação nos resíduos dos modelos da classe ARCH	30
4.8	Resultados do teste de Jarque-Bera de normalidade dos resíduos.	31
4.9	valores da previsão fora da amostra para o modelo EGARCH(1,1).	31
4.10	Previsão da volatilidade das exportações de energia eléctrica	32

Lista de Abreviaturas

AIC	Critério de informação de Akaike
AR	Autoregressivo
ARMA	Autoregressivo e de médias móveis
DF	Dickey - Fuller
DFA	Dickey - Fuller Aumentado
EMA	Erro médio absoluto
EMQ	Estimador de mínimos quadrados
EMV	Estimador de máxima verossimilhança
FAC	Função de autocorrelação
FACP	Função de autocorrelação parcial
JB	Jarque - Bera
LB	Ljung - Box
MA	Médias móveis
SBC	Critério Bayesiano de Schwartz
ST	Série temporal
ARCH	Autoregressivo com heteroscedasticidade condicional
GARCH	Autoregressivo generalizado com heteroscedasticidade condicional
EGARCH	Exponencial GARCH
REMQ	Raiz do erro médio quadrático
USD	United state Dolar
DNE	Direção nacional de energia
PAAO	Plano Anual de Actividades e Orçamento

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização

A energia constitui um dos principais factores que contribuem para o crescimento económico e alívio da pobreza. Moçambique detém um potencial considerável em recursos energéticos, o que proporciona ao país condições favoráveis para satisfazer não só a procura interna como também as necessidades em energia ao nível da região da África Austral.

A disponibilidade dos recursos, hídricos, gás natural, e carvão mineral a custos relativamente baixos em comparação com a maioria das opções ao nível da região, coloca o País numa posição privilegiada.

As necessidades nacionais em energia e as opções de fornecimento são elementos de ponderação por parte na análise das oportunidades de exportação e comercialização de energia. Projectos de grandes envergaduras estão sendo concebidos no País, e o projecto hidroelétrico Mepanda Uncua é um exemplo de destaque, cuja implementação iniciou em 1999 com o estudo de viabilidade, estando a conclusão da sua implantação projectada para os anos 2007-2010.

Segundo PAAO (2022), a exportação total reduziu em 2.4% devido em parte à crise hidrológica que causou uma baixa na geração da energia eléctrica. Não obstante, apesar da importação não ter tido maior variação percentual, em 2021 verificou-se um aumento em relação ao ano de 2020.

1.2 Problematização

A exportação de energia é um processo que ocorre quando um país produtor de energia exporta parte da sua produção para outro país.

Segundo Ministério da energia (2011), houve uma queda de 7% das exportações de energia eléctrica neste período, tendo o zimbabwe, por exemplo, recebido 18%.

Segundo DNE(2021), as exportações de energia reduziram em 3,7%, 9.0%, 1,3%, 73,1% para Africa do sul, Zimbabwe, Lesotho, Malawi, respectivamente. E houve uma subida de 599,5%, 589,9% para Eswuatini, Botswana, respectivamente.

As variações de exportações de energia eléctrica para estes países influencia negativamente no desenvolvimento macroeconómico do país, dificulta o processo de tomada de decisões, de investimento, bem como no uso das receitas por parte do Governo. concorrendo para que a curto/médio prazo as exportações de energia eléctrica de moçambique não seja competitivo com outros países da SADC.

1.3 Objectivos

1.3.1 Objectivo Geral

Aplicar os modelos ARCH na avaliação das exportações de energia eléctrica em Mocambique de Janeiro de 2011 a Junho de 2022

1.3.2 Objectivos específicos

- Descrever o comportamento das exportações de energia eléctrica de Janeiro de 2011 à Junho de 2022;
- Estimar os parâmetros dos modelos autoregressivos com heteroscedasticidade condicional para descrever o comportamento dos dados da série em estudo;
- Prever o comportamento das exportações para a série em estudo no período de julho de 2022 a novembro de 2022.

1.4 Relevância de Estudo

Esse estudo é de elevada importância para o governo, empresas e agentes econômicos, pois, com uma melhor compreensão da situação presente e da sua tendência, esses agentes podem tomar melhor as suas decisões. Sendo assim, com este trabalho, uma vez caracterizado e modelado o comportamento da variação das exportações de energia eléctrica de tal forma que se possa fazer as previsões pelo menos a curto prazo, poderá ajudar de certa forma o Governo, empresas e agentes econômicos na tomada de decisão neste ramo.

1.5 Estrutura do trabalho

O presente trabalho contém introdução no capítulo 1, o capítulo 2 apresenta a revisão da literatura contendo conceitos de séries temporais, modelos de análise de séries temporais, a metodologia de Box e Jenkins; no capítulo 3 é apresentado o material usado e os métodos aplicados para a elaboração do trabalho e os métodos de estimação dos parâmetros dos modelos, no capítulo 4 faz-se uma descrição das séries temporais, análise dos resultados do processamento dos dados e a posterior discussão e o capítulo 5 apresenta as conclusões e recomendações.

Capítulo 2

Revisão da literatura

2.1 Conceitos de séries temporal

Segundo Mulenga (2018), uma série temporal (ST) ou sucessão cronológica é um conjunto de observações de um dado fenômeno, ordenadas no tempo. Geralmente as observações são recolhidas em intervalos de tempo iguais, podendo ser anuais, trimestrais, mensais, semanais ou mesmo diários.

Segundo Morettin e Tolo (1981), o estudo de séries temporais pressupõe que o comportamento dos dados no passado e no presente estejam interligados, e faz o uso desta característica para prever possíveis variações dos dados no futuro.

Ainda segundo Mulenga (2018), os objectivos do estudo de séries temporais podem ser agrupados em 4 grupos fundamentais:

- 1. Descrição** - é a caracterização do desenvolvimento geral do fenômeno por meio de gráficos, linhas de tendência, correlogramas, bem como o cálculo de algumas estatísticas descritivas.
- 2. Explicação** - é a fase da criação de um modelo explicativo e cálculo das estatísticas que caracterizam a tendência do desenvolvimento ou comportamento do fenômeno observado.
- 3. Previsão** - é o estabelecimento de uma relação entre o actual comportamento da série e a sua evolução num futuro próximo. Normalmente a previsão é feita depois de se conhecer o modelo que descreve o actual comportamento da série.
- 4. Controle** - é o processo onde se procura modificar o comportamento da série no futuro, face a um determinado objectivo quando se constata uma anomalia na evolução da série o que muitas

vezes se resume no controlo de qualidade.

Matematicamente uma série temporal de valores y_1, y_2, \dots, y_n que ocorreram nos tempos t_1, t_2, \dots, t_n é uma função do tempo T representada por $y_i = f(t_i)$. De acordo com o período de ocorrência ou mesmo de recolha, as séries temporais classificam-se em periódicas e instantâneas.

Segundo Morettin e Toloi (1981), para uma conceptualização mais formal, é necessário considerar o processo estocástico subjacente. Dado um conjunto T , um processo estocástico é uma família $y = y_t, t \in T$, tal que, para cada $t \in T$, y_t é uma variável aleatória. O conjunto T é, normalmente, o conjunto de números inteiros $0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ou o conjunto de números reais. Imaginando um conjunto infinito de trajectórias, um “corte” no instante t permitiria obter a distribuição de y_t naquele instante. Neste contexto, uma série temporal pode ser definida como uma trajectória ou realização de um processo estocástico.

Segundo Reis (2016), a suposição básica que está por trás da análise de séries temporais é que há um sistema causal mais ou menos constante, relacionado com o tempo, que exerceu influência sobre os dados no passado e pode continuar a fazê-lo no futuro. Este sistema causal costuma actuar criando padrões não aleatórios que podem ser detectados em um gráfico da série temporal, ou mediante algum outro processo estatístico.

2.1.1 Principais componentes de uma série temporal

Segundo Mulenga (2018), as séries temporais económicas são influenciadas por um grande conjunto de causas ou factores que podem ser classificados em três ou quatro grupos fundamentais designadas por componentes das séries temporais. A tendência, variações sazonais ou sazonalidade, os movimentos oscilatórios ou cíclicos e a componente residual ou aleatória.

1. Componente tendência - também chamada de tendência secular ou de longo prazo, é um movimento evolutivo que traduz a influência de factores que fazem com que o fenómeno tenha a sua intensidade aumentada ou diminuída com o passar do tempo. Esta componente caracteriza-se como um movimento ascendente ou descendente de longa duração (períodos maiores de que um ano). Quando a série temporal não apresenta qualquer tipo de tendência, ascendente nem descendente, ela é chamada de série estacionária.

2. Componente sazonal - também chamada de estacionalidade ou sazonalidade, é um movimento oscilatório de curta duração (períodos menores que um ano) que traduz a influência de factores cuja actuação é periódica, no sentido de aumentar ou diminuir a intensidade do fenómeno.

3. Componente cíclica - é um movimento oscilatório de longa duração que exprime a influência de factores aleatórios da acção reiterada. Tal componente indica as fases de expansão e contracção das actividades económicas, sendo de duração não fixa. Em geral quanto aos ciclos pode-se denominar:

- Ciclos longos com duração de mais ou menos cinquenta anos;
- Ciclos médios com duração de mais ou menos dez anos;
- Ciclos curtos com duração de dois a sete anos.

4. Componente aleatória - também chamada de componente irregular ou residual, é um movimento oscilatório de curta duração e de grande instabilidade que exprime a influência de factores casuais, como por exemplo, secas, enchentes, greves, eleições, etc. Em geral, esta componente é de grande instabilidade e representa todos factores não capturados pelas três componentes anteriores.

Segundo Reis (2016), pode-se considerar 3 formas de modelos fundamentais de decomposição de uma série temporal.

$$\text{Modelo aditivo:} \quad Y_t = T_t + C_t + S_t + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

$$\text{Modelo multiplicativo:} \quad Y_t = T_t * C_t * S_t * \varepsilon_t \quad (2.2)$$

$$\text{Modelo misto:} \quad Y_t = T_t * C_t * S_t + \varepsilon_t \quad \text{ou} \quad Y_t = (T_t * C_t) + S_t + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

- A equação (2.1) é o modelo aditivo, em que cada componente é independente e responsável por uma parcela do valor observado. As componentes não são correlacionadas umas com as outras e são definidas na mesma unidade de medida dos valores observados;
- A equação (2.2) é o modelo multiplicativo, em que os efeitos das componentes são dependentes entre si e são correlacionados. Só a tendência se defina na mesma unidade de medida da série temporal;
- Na equação (2.3) as componentes estão na forma mista que combina as duas formas anteriores.

2.1.2 Especificação de um processo estocástico

Segundo Bezerra (2006), supondo que t_1, t_2, \dots, t_n sejam elementos quaisquer de um conjunto T , considerando:

$$F(z_1, \dots, z_n; t_1, \dots, t_n) = P(z(t_1)) \leq z_1, \dots, P(z(t_n)) \leq z_n \quad (2.4)$$

o processo estocástico, $z_i = z(t_i), t \in T$ estará especificado se as distribuições com dimensão finita na equação (2.4) forem conhecidas para todo $n \geq 1$. Como, em termos práticos, não se conhece todas essas distribuições com dimensão finita, existem certas características associadas a equação (2.5) que são simples de calcular e interpretar, sendo uma delas, o momento do processo estocástico z , ou seja:

$$\mu = (r_1, \dots, r_n; t_1, \dots, t_n) = E(z^{r_1}(t_1)), \dots, E(z^{r_n}(t_n)) \quad (2.5)$$

$$\mu(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} z_1^{r_1}, \dots, z_n^{r_n} f(z_1, \dots, z_n; t_1, \dots, t_n) d_{z_1}, \dots, d_{z_n}$$

onde $f(z, t)$ é a função densidade de probabilidade de $F(z, t)$. Porém, o que interessa são os momentos de baixa ordem, ou seja, somente os momentos da 1ª e 2ª ordem. Ainda segundo Bezerra (2006), um processo estocástico z_t é considerado fracamente estacionário se a média e variância forem definidas por:

1. Média: $E(z_t) = \mu$ para $t = 0, 1, 2, \dots$
2. Variância: $var(z_t) = E(z_t - \mu)^2 = \sigma^2$ para $t = 0, 1, 2, \dots$
3. A covariância: $cov(z_t, z_{t-s}) = E[(z_t - \mu)(z_{t-s} - \mu)]$ para $t, s = 0, 1, 2, \dots$
4. A função de autocorrelação é dada por: $\rho_s = \frac{cov(z_t, z_{t-s})}{\sqrt{var(z_t) * var(z_{t-s})}}$

2.1.3 Estacionaridade das séries temporais

Segundo Gujarati (2011), um processo estocástico é chamado de estacionário se a sua média e variância forem constantes ao longo do tempo e o valor da covariância entre os dois períodos de tempo depender apenas da distância, do intervalo ou da defasagem entre os dois períodos e não o tempo real ao qual a covariância é calculada.

Se uma série temporal for estacionária, a média, variância e autocovariâncias em variadas defasagens permanecerão as mesmas não importa em que ponto irá medir-se, isto é, elas serão invariantes no tempo. Tal série temporal tenderá a retornar para a sua média o que chama-se de reversão na

média, e flutuações em torno dessa média medida por sua variância terão, de um modo geral, uma amplitude constante.

Segundo Ehlers (2005), uma série temporal é dita estritamente estacionária se a distribuição de probabilidade conjunta de y_{t_1}, \dots, y_{t_n} é a mesma de $y_{t_1+k}, \dots, y_{t_n+k}$. Ou seja, o deslocamento da origem dos tempos por uma quantidade k não tem efeito na distribuição conjunta que depende apenas dos intervalos entre t_1, \dots, t_k . Em particular, para $k = 1$ a estacionaridade rescrita implica que a distribuição de y_t é a mesma para todo t de modo que, se os dois primeiros momentos forem finitos, tem-se a média $E(y_t) = \mu$ e a variância $\text{var}(y_t) = \sigma^2$ constantes ao longo do tempo, isto é, não dependem de t . Para $k = 2$ a distribuição conjunta de $y(t_1)$ e $y(t_2)$ depende apenas da distância $t_2 - t_1$, chamada defasagem.

A função de autocovariância entre y_t nos instantes t_1 e t_2 também depende apenas de $t_2 - t_1$ e pode ser escrita como γ_k onde:

$$\gamma_k = E[y_t - \mu][y_{t+k} - \mu] = \text{cov}[y_t, y_{t+k}] \quad (2.6)$$

é chamado de coeficiente de autocovariância a defasagem k . Na prática, é muito difícil usar a definição de estacionaridade restrita e costuma-se definir estacionaridade de uma forma menos restrita. Sendo assim, um processo estocástico $y_t, t \in T$ é estacionário de segunda ordem ou fracamente estacionário se a média é constante e a sua função de autocovariância depende apenas da defasagem, isto é:

$$E(y_t) = \mu \text{ e } \text{cov}(y_t, y_{t+k}) = \gamma_k \quad (2.7)$$

Segundo Gujarati (2011), embora o interesse esteja voltado para a série temporal estacionária, encontra-se frequentemente a série não estacionária. O exemplo clássico é o modelo de passeio aleatório. Em geral, diz-se que os preços dos activos, como preços das acções ou taxas de câmbio, seguem um passeio aleatório, isto é, eles são não estacionários.

Segundo Ehlers (2005), alguns processos estocásticos que são utilizados com frequência na especificação de modelos para séries temporais são:

Sequência aleatória - um processo em tempo discreto é puramente aleatório se consiste numa sequência de observações ε_t independentes e identicamente distribuídas (iid). Isto implica nas

seguintes propriedades:

$$1. E(\varepsilon_t) = \mu \quad 2. var(\varepsilon_t) = \sigma^2 \quad 3. cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = \gamma_k = 0, k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.8)$$

Como a média e a função de autocovariância não dependem do tempo o processo é estacionário da segunda ordem. A função de autocorrelação é simplesmente:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & \text{se } k = 0 \\ 0 & \text{se } k = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases} \quad (2.9)$$

Um passeio aleatório é às vezes chamado de ruído branco e pode ser útil, por exemplo, na construção de processos mais complicados. As propriedades na equação (2.9) podem ser entendidas como ausência de correlação serial e homoscedasticidade condicional.

Ruído branco- seja ε_t um processo discreto puramente aleatório com média zero e variância finita $\sigma_\varepsilon^2 < \infty$ um processo y_t é ruído branco se:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.10)$$

Após substituições sucessivas obtém-se

$$\begin{aligned} y_t &= y_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\ y_t &= y_{t-3} + y_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (2.11)$$

...

$$y_t = \sum_{j=1}^t \varepsilon_j$$

E iniciando o processo em $y_0 = 0$ é possível verificar que $E(y_t) = t\mu$ e $var(y_t) = t\sigma_\varepsilon^2$ como a média e a variância dependem de t este processo é não estacionário. No entanto nota-se que a primeira diferença de um passeio aleatória é estacionária já que:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t \quad (2.12)$$

2.1.4 Autocorrelação e função de autocorrelação

Segundo Ehlers (2005), o coeficiente de autocorrelação mede a relação entre observações de uma série temporal em diferentes instantes de tempo, ou por outra, correlações entre observações desfasadas em 1, 2, 3, ..., k períodos de tempo. A ideia é similar ao coeficiente de correlação. Dadas as

observações y_1, y_2, \dots, y_n de uma série temporal y_t , pode-se formar os pares $(y_1, y_2), \dots, (y_{n-1}, y_n)$, considerando y_1, \dots, y_{n-1} e y_2, \dots, y_n como duas variáveis, o coeficiente de autocorrelação ou correlação serial entre y_t e y_{t-1} é dado por:

$$\rho_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y}_1)^2 (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}} \quad (2.13)$$

Simplificando a equação (2.13), usando a média de todas as observações $\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n}$, pelo facto de que $\bar{y}_1 \approx \bar{y}_2$

$$\rho_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2)}{(n-1) \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (y_t - \bar{y})^2}{n}} \quad (2.14)$$

A equação (2.14) pode ser escrita como:

$$\rho_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}{n}} \quad (2.15)$$

A equação (2.15) generalizada para observações desfasadas em k períodos de tempo é dada por:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y}_1)(y_{t+1} - \bar{y}_2)}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad (2.16)$$

Pode-se também obter o coeficiente de autocorrelação calculando antes o coeficiente de autocovariância que é dado pela fórmula:

$$\gamma_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+1} - \bar{y})}{n} \quad (2.17)$$

e depois obter o coeficiente de autocorrelação através do quociente $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$. onde γ_0 é o coeficiente de autocovariância quando k é igual a zero. As autocorrelações variam de $-1 < \rho_k < 1$.

O coeficiente de autocorrelação é uma medida para caracterizar uma série temporal através do correlograma, que é um gráfico com os k primeiros coeficientes de autocorrelação em função de k .

Função de autocorrelação

Segundo Murteira et al. (1993), o estudo de séries temporais pode-se fazer no domínio frequência ou domínio tempo. No domínio tempo, mede-se a extensão do evento que ocorre em determinado instante de tempo, do qual se atribui um papel preponderante a função de autocorrelação (FAC) e

a função de autocovariância, ou seja, compreende a evolução temporal do processo. No domínio frequência, o interesse está em verificar a frequência que alguns eventos ocorrem em determinado período de tempo.

Segundo Pindyck e Rubinfeld (1998), a função de autocorrelação (ρ_k), é a autocovariância padronizada que serve para medir o cumprimento e memória de um processo, ou seja, mede a intensidade com que um valor observado num instante é influenciado por aquele valor observado no tempo e é definido pela expressão:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{cov[y_t, y_{t-k}]}{\sqrt{var(y_t)var(y_{t-k})}} \quad (2.18)$$

Função de autocorrelação parcial

Segundo Franco (2012), a função de autocorrelação parcial (FACP) é a autocorrelação entre duas observações seriais y_k e y_{t-k} , eliminando a dependência dos termos $y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-k+1}$, e é representada pela expressão:

$$\phi_{kk} = corr(y_t, y_{t-k} | y_{t-1}, \dots, y_{t-k+1}) \quad (2.19)$$

Onde ϕ_{kk} é o coeficiente de correlação da distribuição de y_t, y_{t-k} condicionada a $y_{t-1}, \dots, y_{t-k-1}$.

No geral

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{vmatrix}} \quad (2.20)$$

2.2 Modelos de séries temporais

De acordo com Neto (2014), a classe de modelos amplamente utilizada, dada a relativa facilidade de aplicação, é a dos modelos Autoregressivos Integrados e de Médias Móveis (ARIMA).

2.2.1 Modelos autoregressivos

De acordo com Oliveira et al. (2011), diz-se que uma variável aleatória y_t pode ser descrita por um modelo autoregressivo de primeira ordem, quando for da forma

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.21)$$

em que ϕ varia entre $-1 < \phi < 1$, ε_t , é uma variável aleatória de ruído branco de média igual a zero que, neste contexto, é frequente designar como a inovação do período t . Em geral, o processo Autoregressivo pode ser generalizado. para ordem p (AR(p))

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.22)$$

No processo AR(p) é necessário impor restrições aos parâmetros do tipo da restrição $|\phi|$ imposta em AR(1) para assegurar um comportamento estacionário da variável.

2.2.2 Modelos de médias móveis

De acordo com Oliveira et al. (2011), diz-se que uma variável aleatória pode ser descrita por um modelo de médias móveis de primeira ordem MA(1), se for da forma

$$y_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1} \quad (2.23)$$

onde θ é uma constante diferente de zero e $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_{t-1}, \dots$ é uma sequência de variáveis aleatórias, independentes e identicamente distribuídas de ruído branco, ou seja,

1. $E(\varepsilon_t) = 0, \forall t$;
2. $var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$;
3. $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) = 0, \forall t, t, s \neq 0$

Os processos de Médias Móveis podem também ser generalizados. Assim um processo de médias móveis de ordem q MA(q) com q finito, é definido por:

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.24)$$

Num processo desta natureza, a memória é limitada a q períodos.

2.2.3 Modelos Autoregressivo Integrados e de Médias Móveis

Segundo Ribeiro (2014) os modelos Autoregressivo Integrados e de Médias Móveis (ARIMA) de ordem (p, d, q) , consistem em um processo misto de modelo Autoregressivo de ordem p , integrados de ordem d e Médias Móveis de ordem q . Um processo ARIMA (p, d, q) , é representado por:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.25)$$

Segundo Gujarati (2011), o modelo ARIMA é um caso geral dos modelos propostos por Box e Jenkins (1976), o qual é apropriado para descrever séries não estacionárias, ou seja, séries que não possuem média constante no período de análise. A metodologia de Box e Jenkins para a previsão de séries temporais consiste nas seguinte etapas:

1. Identificação do Modelo (escolha provisória de p, d, q)
2. Estimação dos parâmetros do modelo escolhido
3. Diagnóstico do Modelo
4. Previsão

2.2.4 Modelos autoregressivo com heteroscedasticidade condicional

De acordo com Frank et al. (2017) a volatilidade tem sido alvo de estudo e interesse entre acadêmicos e profissionais, sobretudo no que diz respeito aos modelos e estimadores utilizados para calculá-la.

Segundo Engle (2001) a suposição básica nos modelos ARIMA é que o valor esperado de todos os termos de erro, quando elevados ao quadrado, é constante em qualquer ponto dado. neste caso, diz-se que os resíduos tem variância homoscedástica.

De acordo com Bollerslev (1986), enquanto as séries temporais convencionais e modelos econométricos operam sob uma suposição de variância homoscedástica, os modelos autoregressivos com heteroscedaticidade condicional (ARCH), introduzidos inicialmente por Engle (1982) são usados para situações onde a variância dos resíduos não é homoscedástica, portanto, heteroscedástica.

De acordo com Newton Marques (2017) o modelo ARCH de primeira ordem pode ser representado pela seguinte expressão:

$$y_t = \mu + \phi_t y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (2.26)$$

onde a variância condicional σ_t^2 deve ser não negativa, os seus parâmetros devem satisfazer as condições $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$. Se $\alpha_1 = 0$, a variância condicional é homoscedástico (Franses e Van Dijk, 2000).

Propriedade 1. Média: $E(\varepsilon_t) = 0$

Propriedade 2. Variância condicional: $\text{var}(\varepsilon_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_t^2 = \sigma_t^2$

Propriedade 3. Variância não condicional: $\bar{\sigma}_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}$

Propriedade 4. A autocovariância é igual a zero: $E_{t-1}(\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}) = 0$

Propriedade 5. os resíduos apresentam um excesso de curtose: $K(\varepsilon_t) = 3 \frac{1 - \alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2} > 3$

O modelo ARCH de ordem p , ARCH(p) é representado da seguinte forma:

$$y_t = \mu + \phi_t y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{e} \quad \varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2.27)$$

Onde $\alpha_0, \alpha_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, p$), a soma de todos os parâmetros deve ser inferior a 1, para que se cumpra a condição de estacionaridade fraca.

2.2.5 Modelo ARCH Generalizado

De acordo com Amaro et al. (2016), embora o modelo ARCH seja simples e intuitivo, ele apresenta um inconveniente. A volatilidade da série temporal possui uma grande persistência, o que requer um grande número de parâmetros para descrever correctamente o seu processo de volatilidade. Portanto, para contornar esta situação, Bollerslev (1986) sugeriu um modelo mais parcimonioso. Este modelo foi chamado de Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) e pode ser visto como uma generalização do modelo ARCH por possuir as mesmas propriedades, porém ele propõe que a variância condicional seja função não apenas dos quadrados dos erros passados, mas também dos seus próprios valores passados.

O modelo GARCH da primeira ordem GARCH(1.1) pode ser representado da seguinte forma:

$$y_t = \mu + \phi_t y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{e} \quad \varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2.28)$$

O modelo GARCH de ordem superior pode ser apresentado da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.29)$$

Onde:

p - ordem do processo ARCH q - ordem do processo GARCH

Para que o modelo tenha covariância estacionária é necessário que se verifiquem as seguintes condições:

$$\alpha_0 > 0 \quad \alpha_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, p) \quad \beta_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, q) \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

No caso do modelo GARCH(1.1), a condição para que tenha covariância estacionária é $\alpha_1 + \beta_1 < 1$

Ainda segundo Newton Marques (2017), a manutenção da desigualdade garante que a variância condicionada não seja negativa. Existindo a hipótese de ser considerada a variabilidade em função da volatilidade dos períodos anteriores, a variabilidade é considerada condicionada. Sendo assim, poderá verificar-se que o nível da volatilidade actual esteja positivamente correlacionado com o nível de volatilidade dos períodos imediatamente anteriores.

2.2.6 Modelos Exponencial GARCH

Ainda segundo Amaro et al. (2016) tanto o modelo ARCH quanto o modelo GARCH possuem a capacidade de modelar a persistência do processo de volatilidade, entretanto, estes modelos apresentam como ponto fraco o tratamento simétrico do impacto dos choques positivos e negativos sobre a volatilidade dos retornos. Esta lógica nem sempre pode ser considerada verdadeira, pois, as inovações podem provocar impactos assimétricos na volatilidade dos retornos.

Segundo Newton Marques (2017), devido a limitação dos modelos ARCH e GARCH, em não conseguirem captar a influência assimétrica dos retornos, na modelação de séries financeiras, havendo ainda o facto de que, os coeficientes do modelos não devem ser negativos. Estas características relativamente aos coeficientes garantem que a formulação da variância não permaneça não negativa com a probabilidade igual a um. Acontece porém que esta condição não é cumprida e deste modo dificulta bastante a estimação dos parâmetros.

Para que fosse possível ultrapassar as dificuldades dos modelos ARCH e GARCH, Nelson (1991), introduziu o modelo Exponencial GARCH. (EGARCH) para ter a capacidade de diferenciar as respostas dos choques positivos e negativos, sem a necessidade de qualquer restrição paramétrica. Este modelo é expresso pela equação onde a variância condicional, σ_t^2 é uma função assimétrica

dos valores passados, ou seja:

$$\text{Ln}(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha * \frac{|\varepsilon_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} + \gamma * \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \beta * \text{Ln}(\sigma_{t-1}^2) \quad (2.30)$$

Onde:

α_0 é constante

β, α, γ são parâmetros do modelo

σ_{t-i} desvio padrão dos erros no instante t-i

Segundo Newton Marques (2017), γ é o parâmetro referente a assimetria, quando:

- $\gamma < 0$ significa que a volatilidade é assimétrica e que os impactos positivos (boas notícias) têm um impacto menor do que os impactos negativos, ou seja, geram menor volatilidade. Neste caso, a variância aumenta quando ε_{t-1} é negativo;
- $\gamma > 0$ significa que os choques positivos geram maior volatilidade do que os negativos. A variância diminui quando ε_{t-1} é positivo.
- $\gamma = 0$ um choque positivo terá um efeito semelhante na volatilidade de um choque negativo da mesma amplitude.

O modelo EGARCH garante que a variância seja sempre positiva, por ser apresentada em logaritmos, sendo isto, um factor vantajoso. Apresentando no entanto como desvantagem, de que a variância futura esperada para além de um período não poder ser calculada analiticamente.

Capítulo 3

Material e Métodos

3.1 Material

Para a realização deste trabalho, e tendo em conta os objectivos, utilizou-se uma base de dados secundária referente a série de exportares de energia eléctrica de moçambique(USD Milhões), A série apresenta 150 observações mensais no período de Janeiro de 2011 a junho de 2022. A base de dados usada foi obtida no WWW.BM.CO.MZ

Os dados foram processados com auxílio do software EViews na sua versão 12. Para a edição do texto foi usado o software TeXstudio.

3.2 Métodos

3.2.1 Testes preliminares das séries Temporais

Teste de raiz unitária

Para testar a presença de raiz unitária na série, utilizou-se o teste de ADF, proposto por Dickey e Fuller,1979,1981.

$$\Delta y_t = \mu_0 t + \delta y_{t-1} + \sum_{k=1}^p \gamma_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

Assim como a maioria dos testes para estacionalidade, o teste de ADF(Dickey Fuller Aumentado) possui como hipótese nula a existência de uma raiz unitária, ou seja, as hipóteses para o teste de ADF são descritas da seguinte maneira:

Estatística de teste de ADF: $\hat{\delta} = \frac{\sum_{t=1}^n y_{t-1}y_t}{\sum_{t=1}^n y_{t-1}^2} - 1$

$$\begin{cases} H_0 : \text{A série possui raiz unitária} \\ H_1 : \text{A série não possui raiz unitária} \end{cases}$$

Regra de decisão

p value < α aceita se a hipótese nula, ou seja, a série é estacionária. p value > α rejeita se a hipótese nula, ou seja, a série não é estacionária.

Teste de Normalidade

Segundo Aiube (2007), se uma série é considerada normal, seu comportamento poderá ser descrito por um modelo linear, por exemplo o modelo ARMA. Uma propriedade da distribuição normal é que todos os momentos ímpares maiores que dois são iguais a zero. Seja y uma variável aleatória qualquer com média μ e variância σ^2 . A assimetria de y é definida pela equação 3.2.

$$A(y) = E \left[\frac{(y - \mu)^3}{\sigma^3} \right] \tag{3.2}$$

A curtose desta distribuição é definida pela equação (3.3).

$$K(y) = E \left[\frac{(y - \mu)^4}{\sigma^4} \right] \tag{3.3}$$

Para a distribuição normal a Assimetria = 0 e Kurtose = 3, os estimadores para a média e variância estão definidos nas equações 3.4 e 3.5, respectivamente.

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^N y_i \tag{3.4}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^N (y_i - \mu)^2 \tag{3.5}$$

Os estimadores para a Assimetria e Curtose estão definidos nas equações 3.6 e 3.7, respectivamente.

$$\hat{A}_y = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^N (y_i - \hat{\mu})^3}{\sigma^3} \tag{3.6}$$

$$\hat{k}_y = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^N (y_i - \hat{\mu})^4}{\sigma^4} \tag{3.7}$$

Denota-se que $\hat{A} \sim N(0,6/N)$ e $\hat{K} \sim N(3,24/N)$. Jarque e Bera (1987) utilizaram este facto para identificar se uma amostra provém de uma distribuição normal. A estatística do teste de Jarque e Bera é dada pela equação 3.8.

$$JB = \left[\frac{\hat{A} - 0}{\sqrt{\frac{6}{N}}} \right]^2 + \left[\frac{\hat{k} - 3}{\sqrt{\frac{24}{N}}} \right]^2 \tag{3.8}$$

As hipóteses do teste de normalidade são:

$$\begin{cases} H_0 : \text{ Os dados seguem uma distribuição normal} \\ H_1 : \text{ Os dados não seguem uma distribuição normal} \end{cases}$$

Se: Assimetria = 0 e Kurtose = 3 os dados seguem uma distribuição normal se assimetria $\neq 0$ e Kurtose $\neq 3$ os dados não seguem uma distribuição normal.

Regra de decisão

Sob a hipótese nula de que a série é normalmente distribuída, a estatística JB segue a distribuição de qui-quadrado com 2 graus de liberdade. Se o valor do p-valor calculado para a estatística JB for menor que o nível de significância α , rejeita-se a hipótese de que a série é normalmente distribuída. Mas se o valor do p-valor for maior que o nível de significância α , não se rejeita a hipótese de normalidade.

Teste de autocorrelação

O teste de Ljung-Box tem como objectivo verificar a existência de autocorrelação nas séries y_t ou seja, se a FAC de y_t é zero ou não até uma determinada defasagem k . Assim, as hipóteses do teste são dadas pela equação 3.9.

$$\begin{cases} H_0 : \rho_{a,1} = \rho_{a,2} = \dots \rho_{a,m} = 0 \\ H_1 : \text{ pelo menos um } \rho_{a,m} \neq 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

A estatística de teste de Ljung-Box, que converge para a distribuição χ_k^2 e é dada pela equação (3.10)

$$Q_{LB} = N(N + 2) \sum_{k=1}^m \frac{1}{N - k} \rho_k^2 \quad (3.10)$$

Onde N é o número de observações da série temporal e k o número de defasagens da FAC amostral.

Sob a validade da hipótese nula Q_{LB} tem distribuição χ_k^2 com m graus de liberdade e assim, rejeita-se a hipótese nula para um nível de significância quando $Q_{LB} > \chi_{1-\alpha,(m)}^2$ ou p-value $< \alpha$

O teste de Ljung-Box é aplicado em três momentos.

Primeiro, aplica-se o teste aos resíduos do modelo ARIMA para a média condicional, onde pretende-se verificar se os resíduos são autocorrelacionados ou não. Em segundo momento, aplica-se o teste

a série quadrática dos resíduos do modelo ARIMA, pois ao apresentar correlação serial significa que esta série possui variância condicional, necessitando a modelação por meio de modelos de classe ARCH. A última aplicação do teste de Ljung-Box se dá nos resíduos estandardizados do modelo ARCH, GARCH e EGARCH e na série quadrática destes resíduos, onde se pretende verificar a não rejeição da hipótese nula nos três casos, indicando que a série residual é puramente aleatória, sem dependência serial na média e na variância.

Teste multiplicador de lagrange de efeito ARCH

De acordo com Engle (1982), para testar a presença do efeito ARCH utiliza-se o teste Multiplicador de Lagrange (LM). A estatística LM pode ser calculada a partir de NR^2 , onde N representa o número de observações e R^2 é o coeficiente de correlação múltipla da regressão:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

Regra de decisão

Se o valor observado do qui-quadrado não exceder o valor crítico ao nível de significância escolhido, não rejeita-se a hipótese nula de homoscedasticidade. Caso contrário, se o valor observado do qui-quadrado exceder o valor crítico ao nível de significância escolhido, rejeita-se a hipótese nula de que os resíduos são homoscedásticos.

As hipóteses para o teste LM são as seguintes:

$$\begin{cases} H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0 \\ H_1 : \exists \alpha_j \neq 0, \text{ com } j = 1, \dots, p \end{cases} \quad (3.11)$$

3.2.2 Estimação dos parâmetro dos modelos da classe ARCH

Uma vez identificado um modelo, o passo seguinte é a estimação dos seus parâmetros. De acordo com Tsay (2005), admitindo que as variáveis são iid e normais reduzidas, os parâmetros do modelo podem ser estimados através do método da máxima verossimilhança. A função de verossimilhança de um modelo ARCH(q) é dada por:

$$f(\alpha|\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (3.12)$$

onde $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_T$ representa o conjunto de informação disponível no momento t ($t = 1, \dots, T$) e $f(\alpha|\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T)$ é a função densidade de probabilidade conjunta de $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T$

Segundo Tsay (2005), como esta função apresenta geralmente uma expressão bastante complexa, é habitualmente retirada da função de verossimilhança em (3.12) principalmente nos casos em que a amostra é grande. Desta forma, utiliza-se a função de verossimilhança condicional.

$$f(\alpha|\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (3.13)$$

De forma a simplificar os cálculos e porque maximizar (3.13) é equivalente a maximizar o seu logaritmo, a função a maximizar é dada por:

$$l(\alpha|\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T) = \sum_{t=1}^T \left(-\frac{1}{2}\text{Ln}(2\pi) - \frac{1}{2}\text{Ln}(\sigma_t^2) - \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}\right) \quad (3.14)$$

Uma vez que 2π é constante, maximizar a expressão (3.14) é equivalente a maximizar:

$$l^*(\alpha|\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\text{Ln}\sigma_t^2 + \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}\right) \quad \log L(\alpha|\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\log\sigma_t^2 + \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}\right)$$

Segundo Lutkepohl e Kratzig (2004), a estimação da máxima verossimilhança é a especificação do vector de parâmetros que maximiza a função de log-verossimilhança. A estimação de α não é obtida analiticamente, para obter os parâmetros são usados métodos de optimização iterativos por exemplo o método de Newton-Rapson, o algoritmo BHHH, etc. Segundo estes algoritmos a i -énésima estimativa é obtida como por exemplo pela equação (3.15).

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \phi(\mathbf{H}(\alpha_i)^{-1} * \mathbf{S}(\alpha_i)) \quad (3.15)$$

Onde α_i denota o vector de parâmetros estimados na interação i , ϕ é um escalar usado para modificar o comprimento da distância entre etapas sucessivas, $\mathbf{S}(\alpha_i)$ e $\mathbf{H}(\alpha_i)$ denotam o vector escore ou gradiente e a matriz hessian da função log-verossimilhança na interação i respectivamente. Segundo Berndt, et al (1974), entre vários critérios usados, o processo de iterações termina quando a diferença entre duas estimativas consecutivas de coeficientes é mínima possível. Para alguns softwares, quando a condição de paragem não é indicada, por defeito o valor 0.001 é assumido como a condição de que a solução óptima foi alcançada.

Diagnóstico do modelo

Identificado um modelo e estimados os seus coeficientes, deve ser efectuado um diagnóstico tendo em conta os seguintes aspectos:

- Análise da significância estatística de cada um dos parâmetros estimados;

- Análise dos resíduos estandardizados $z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}$ onde ε_t e σ_t representam os valores dos resíduos e da respectiva variância:
 - * Serem não correlacionados através da análise da FAC e FACP residuais é possível estudar a correlação dos resíduos;
 - * Serem desprovidos de qualquer efeito ARCH, o que pode ser testado recorrendo aos testes descritos na subsecção 3.2.4;
 - * A análise dos coeficientes de curtose e de assimetria dos resíduos estandardizados permite verificar a validade da hipótese da distribuição admitida. A título de exemplo, se os resíduos seguem uma distribuição normal padrão então os seus coeficientes de curtose e assimetria devem ser 3 e 0 respectivamente. Esta hipótese pode ser testada através de um teste de normalidade como o de Jarque-Bera (1987).

Critérios de informação

Segundo Asteriou e Hall (2007), os modelos estimados geralmente são comparados usando o critério de informação de Akaike (AIC) e o critério de informação de Schwartz (CIS).

$$CIA = n * \text{Ln}(SQR) + 2p \quad (3.16)$$

$$CIS = n * \text{Ln}(SQR) + p\text{Ln}(n) \quad (3.17)$$

p=número de parâmetros estimados;

n=número de observações;

SQR=soma dos quadrados de regressão.

Tanto o CIA quanto o CIS aumentam conforme a soma dos quadrados do regressão (SQR) aumenta. Além disso, ambos critérios penalizam modelos com muitas variáveis sendo que valores menores de CIA e CIS são preferíveis visto que pretende-se ter um modelo parcimonioso. Para amostras grandes o CIS tem melhor desempenho e para amostras pequenas os critérios apresentem desempenho similar por isso, dos dois critérios, o CIS é preferível.

Previsão fora da amostra

Para o caso da previsão fora da amostra, o processo tem que ser feito dia-à-dia, ou seja, para se prever 5 dias depois do final do intervalo temporal da série tem que se prever para o dia seguinte (utilizando toda a amostra) e adicionar esse valor à série original, e de seguida prever o segundo

dia após, e assim sucessivamente até alcançar a previsão do quinto dia.

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1}$$

3.2.3 Medidas de desempenho nas previsões

Segundo Gutierrez (2003), para avaliação do desempenho de previsão dos modelos da classe ARCH geralmente são usadas as seguintes medidas:

Raiz do erro médio quadrático

A raiz do erro médio quadrático (REMQ) - é uma medida do desvio médio entre o σ_t e $\hat{\sigma}_t$, onde as diferenças entre σ_t e $\hat{\sigma}_t$ são elevadas ao quadrado. Tal como as outras medidas, varia de zero a infinito onde, quanto menor o valor, melhor é o modelo. Essa medida é descrita pela seguinte fórmula:

$$REMQ = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\sigma_t^2 - \hat{\sigma}_t^2)} \quad (3.18)$$

onde t é o número de períodos de previsão e n é o tamanho da amostra, $\hat{\sigma}_t^2$ é a variância prevista e σ_t^2 a variância actual.

Erro absoluto médio

O erro absoluto médio (EAM) é a diferença absoluta média entre a variância prevista e a variância actual. Essa medida varia de zero a infinito onde, quanto menor o valor, melhor é o modelo. Essa medida é calculada pela seguinte fórmula:

$$EAM = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2| \quad (3.19)$$

Erro percentual médio absoluto

O erro percentual médio absoluto (EPMA) - é a diferença média absoluta percentual entre a variância prevista e a variância actual. Essa medida também varia de zero a infinito onde, quanto menor o valor, melhor é o modelo. Essa medida é calculada pela seguinte fórmula:

$$EPMA = 100 \times \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{(\hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2)}{\sigma_t^2} \right| \quad (3.20)$$

Coefficiente de desigualdade de Theil

$$CDT = \frac{REMQ}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\sigma}_t^2 + \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \sigma_t^2}}} \quad (3.21)$$

As duas primeiras estatísticas dependem da escala de medida da variável dependente. São usadas como medidas relativas para comparar a qualidade da previsão ou ajuste para a mesma série em diferentes modelos; quanto menor o erro, melhor é a habilidade preditiva do modelo. As duas últimas são invariantes em relação a escala de medida da variável dependente. O coeficiente de desigualdade de Theil sempre situa-se entre 0 e 1, onde 0 indica um bom desempenho do modelo nas previsões.

Capítulo 4

Resultados e discussão

4.1 Análise exploratória dos dados

A tabela 4.1 apresenta as principais estatísticas descritivas da série de exportações de energia eléctrica de Moçambique(USD Milhões) no período de Janeiro de 2011 à junho de 2022.

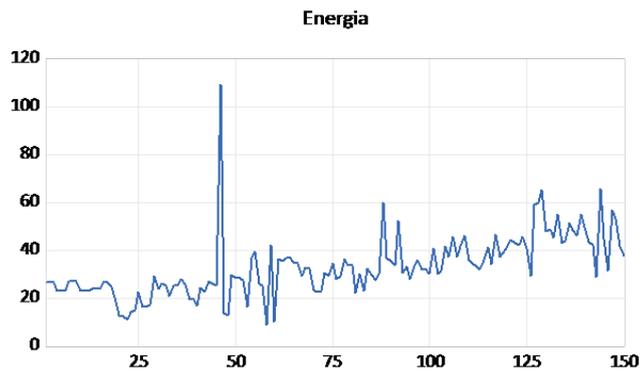
O valor máximo atingido nas exportações de energia eléctrica neste período foi de 109.1000 Milhões de Dólares americanos e o mínimo foi de 8.5 Milhões de dólares americanos. o valor médio atingido foi de 32.8380 Milhões de Dólares americanos.

O teste de normalidade de Jarque Bera rejeita a hipótese nula de que a série de exportações de energia eléctrica de Moçambique(USD Milhões), seguem a distribuição normal.

Tabela 4.1: Estatísticas descritivas da serie de exportações de energia eléctrica

Estatística	Exportações de energia eléctrica(USD Milhões)
Média	32.8380
Mediana	30.4
Máximo	109.1000
Mínimo	8.5
Desvio padrão	13.0356
Coef de assimetria	1.6124
Coef de curtose	9.7659
Jarque-Bera	351.11
Probabilidade	0.000

Da Figura 4.1 pode-se fazer uma análise preliminar da Estacionaridade, onde verifica-se que a série apresenta uma tendência, o que indica a não existência de estacionalidade na série. Porém, é necessário fazer um teste formal.



(a) Exportacoes de energia.

Figura 4.1: Comportamento da série de Exportações de energia

Tabela 4.2: Resultado do teste de Dickey Fuller Aumentado

Séries	Em nível		Em primeiras diferenças		Valores críticos		
	Estatística t	P value	Estatística t	P value	1%	5 %	10%
Expo de energia	-2.533	0.1097	-9.9489	0.0000	-3.4758	-2.8814	-2.5774

O teste de raiz unitaria de Dickey Fuller Aumentado não rejeita a hipótese nula da existência de uma raiz unitária nas exportações de energia da série em estudo, isto é, Exportações de energia eléctrica de Moçambique não são estacionarias em nível, facto que já era de se esperar devido a tendência que a Figura 4.1 apresenta. Neste sentido, de acordo com a literatura e a Tabela 4.2 a série das exportações de energia tornou-se estacionaria em primeiras diferenças.

4.2 Resultados dos modelos da classe ARIMA

Após ser garantida a condição da estacionabilidade das série, seguiu-se o passo da estimação dos parâmetros dos modelos ARIMA, para tal, calculou-se a função de auto correlação e a de auto correlação parcial das série temporal dos retornos em estudo.

Entre vários modelos propostos, escolheu-se os que tiveram menores valores dos critérios de informação de Akaike e Schwartz, menores valores da variância condicional que representa a variância

dos resíduos, e maiores valores de R^2 ajustado que é a percentagem de variação das Exportações de energia que é explicada pelos seus valores passados através do modelo subjacente, sendo que, para a serie foram escolhidos 2 modelos que são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Resultados da modelação da série de Exportações de energia eléctrica.

Série	Modelos	AIC	SBS	σ^2	R_{aju}^2
Exp de enegia	MA(1)	9.8801	9.941	34.309	0.275
Exp de energia	AR(1)	9.8715	9.9320	33.307	0.2710

O modelo AR(1), Foi escolhido, pois, apresentou os melhores valores de R^2 ajustado, e dos valores dos critérios de informação de Akaike e Schwartz.

Teste LM para verificação do efeito ARCH

De acordo com a literatura, terá efeito ARCH na série dos resíduos, sempre que existir uma relação de dependência entre os quadrados dos resíduos (ε^2) e os seus valores desfasados p períodos. No caso do teste rejeitar a hipótese nula de existência de autocorrelação na variância do termo de erro na regressão estimada, é uma evidência de que existe a presença do efeito ARCH na variância do termo de erro (p value < 0.05).

Tabela 4.4: Teste LM de efeito ARCH para a variância dos erros do modelo das Exportações de energia eléctrica

Variável(série)	coeficientes	E.padrão	Estatistica-t	P value
C	409.1099	198.7489	2.058	0.0413
Exp energia $RESID^2(-1)$	0.6282	0.0643	9.7633	0.000

A partir dos resultados, pode-se afirmar que há condições para estimar um modelo ARCH, para a série de Exportações de energia eléctrica de Moçambique, para descrever correctamente o processo de formação de variância condicional do erro.

4.3 Resultados da estimação dos modelos da classe ARCH

4.3.1 Estimativas para a série exportações de energia eléctrica

Para a série de exportações de energia eléctrica foi estimado o modelo ARCH(1), como mostra a tabela 4.5, onde todos os parâmetros são significativos, concorrendo assim para ser o modelo a seleccionar.

Para o modelo GARCH, depois de vários ensaios foi identificado o modelo GARCH(1,1) como o mais adequado para descrever a variância condicional de ε_i , mostrando que se a volatilidade em dado período for elevada, então no período seguinte permanecerá elevada.

Com o objectivo de verificar a existência de um efeito de alavanca na volatilidade das exportações de energia eléctrica de Moçambique, foi estimado o modelo EGARCH(1,1), cujo o resultado encontra-se na tabela 4.5. De acordo com o resultados da tabela 4.5, o modelo mostrou que também é adequado para modelar a variância condicional dos resíduos pois, os coeficientes do modelo são todos estatisticamente significativos, (P value <0.05). Destes resultados, verificou-se que, o coeficiente γ é estatisticamente diferente de zero, o que significa que um efeito alavanca estava presente na volatilidade das exportações de energia eléctrica de Moçambique, visto que $\gamma > 0$, significa que a volatilidade diminui com choques positivos. O coeficiente $\beta = 0.2269$, indica a persistência da volatilidade, isto é, pode-se dizer que a persistência é baixa uma vez que o valor do coeficiente β_1 não é próximo de 1.

Tabela 4.5: Resultados dos modelos ARCH(1), GARCH(1.1) e EGARCH(1.1) para as exportações de energia eléctrica de Moçambique.

Modelo	Parâmetros	coeficientes	E.Padrão	Estatística- Z	Probabilidade
ARCH(1)	C	1000.178	102.9951	9.7109	0.0000
	α_1	0.2594	0.1924	1.348	0.0017
GARCH(1,1)	C	989.2198	99.017	9.990	0.0000
	α_1	0.1500	0.056	2.662	0.0078
	β_1	0.0237	0.0429	-0.5528	0.0058
EGARCH(1,1)	C	3.4538	1.176	2.9368	0.0033
	α_1	0.635	0.2104	2.917	0.0035
	β_1	0.2269	0.1802	-1.2593	0.0024
	γ	1.0005	0.186	2.263	0.0231

Comparação dos modelos da classe ARCH estimados

Segundo os critérios de informação de Akaike e o de Schwarz , os modelos ARCH(1), GARCH(1,1) e EGARCH(1,1) descrevem bem o comportamento da volatilidade das exportações de energia eléctrica de Moçambique no período de Janeiro de 2011 à junho de 2022, dado que os parâmetros dos modelos foram todos significativos. Entretanto o modelo EGARCH(1,1), foi o modelo que apresentou menor valor dos critérios de informação de Akaike e o de Schwarz.

Tabela 4.6: Estatísticas da estimação dos modelos ARCH(1), GARCH(1.1), EGARCH(1.1).

Estatísticas	Estatísticas		
	ARCH(1)	GARCH(1.1)	EGARCH(1.1)
R^2	0.2724	-0.0047	0.2701
R^2 ajustado	0.0251	-0.0116	0.2652
CIA	9.6728	9.879	9.6087
CIS	9.7538	9.9800	9.7302
log verossimilhança	-711.79	-726.028	-705.04
Durbin-watson	2.4215	3.064	2.3132

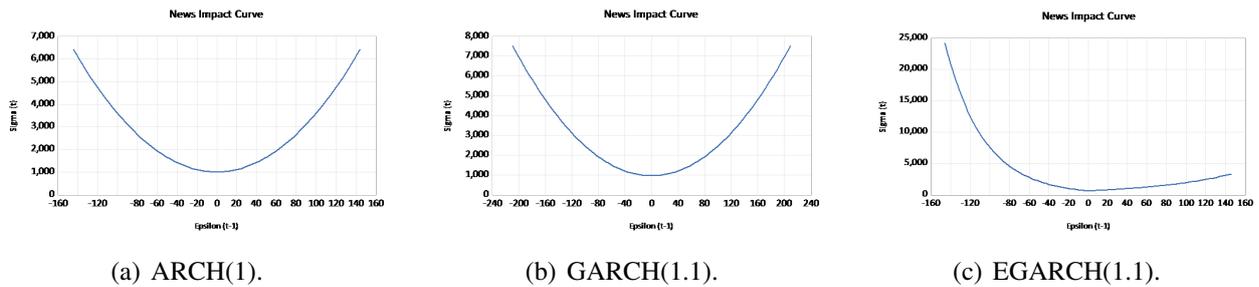


Figura 4.2: Curva de impacto de noticia dos modelos ARCH(1),GARH(1.1) e EGARCH(1.1) respectivamente.

De acordo com a Figura 4.2a e 4.2b pode-se observar que as curvas para os modelos ARCH(1) e GARCH(1.1) são simétricas, isto é, não há efeito alavanca na volatilidade.e em relação a Figura 4.2c pode-se observar, que a curva para o modelo EGARCH(1.1) é assimétrica, o que confirma ja verificado pelo valor de $\gamma > 0$, indicando de que choques positivos e negativos tem impactos diferentes sobre a volatilidade.

Diagnóstico dos modelos da classe ARCH estimados

Depois da estimação dos modelos, a fase seguinte é o diagnóstico. Inicialmente efectou-se os correlograma da série dos resíduos dos modelos que foram estimados. O teste utilizado foi de Ljung-Box com 36 defasagem. os resultados do teste estão apresentados na tabela 4.7

Tabela 4.7: Teste de autocorrelação nos resíduos dos modelos da classe ARCH

Modelos	Nível de significância	Q	P value
ARCH(1)	5%	33.086	0.561
GARCH(1,1)	5%	44.23	0.477
EGARCH(1,1)	5%	33.141	0.558

Verifica-se que, para um nível de significância de 5%, as estatísticas de Ljung-Box Q até o desfaseamento 36 são estatisticamente não significativas dado que $Q = 33.086$, $Q = 44.23$, $Q = 33.141 < \chi_{36}^2(0.05) = 50.9985$ e os P value correspondentes são 0.561, 0.477, 0.558 respectivamente. todos maiores que 0.05. Assim, não se rejeita a hipótese de que todos os valores de Q não são significativos até ao desfaseamento 36 e, portanto, os resíduos são não correlacionados. Em consequência, pode-se admitir que esta-se perante um processo com ruído branco.

Quanto à distribuição dos resíduos, considerando um nível de significância de 5%, verificou-se que estes não seguem uma distribuição normal uma vez que a aplicação do teste de Jarque-Bera conduz à rejeição da hipótese nula, já que os valores obtidos são diferentes de 3 e 0 para os coeficientes de curtose e assimetria, característicos de uma distribuição normal.

Tabela 4.8: Resultados do teste de Jarque-Bera de normalidade dos resíduos.

Modelos	Assimetria	Curtose	JB	Probabilidade
ARCH(1)	0.8775	9.3871	270.569	0.0000
GARCH(1,1)	0.8160	8.0614	175.655	0.0000
EGARCH(1,1)	1.4404	12.357	591.1411	0.0000

Previsão

A previsão de série é composta por uma previsão fora da amostra, para os últimos 5 meses para a série das exportações mensais de energia eléctrica de Moçambique.

Segundo a Tabela 4.9, comparando as previsões fora da amostra para os três modelos, o modelo EGARCH(1,1) mostrou menores valores para REMQ, EAM e CDT, significando desta forma que este modelo é preferível, para descrever a volatilidade das exportações de energia eléctrica de moçambique, que os modelos ARCH(1) e GARCH(1,1).

Tabela 4.9: valores da previsão fora da amostra para o modelo EGARCH(1,1).

Medidas do desempenho da Previsão	EGARCH(1.1)
REMQ	39.020
EAM	22.259
EPMA	95.3262
CDT	0.9731

A partir do modelo EGARCH (1,1) procedeu-se a previsão fora da amostra da volatilidade das exportações de energia e dos erros associados, para o período de 07/2022 à 11/2022. Analisando a tabela 4.10,

Tabela 4.10: Previsão da volatilidade das exportações de energia eléctrica

Data	Variância	E.Padrão
07-2022	0.523	1.25
08-2022	0.413	1.17
09-2022	0.400	1.1
10-2022	0.383	0.26
11-2022	0.368	0.23

De acordo com a Tabela 4.10, verifica-se uma tendência decrescente na variância das exportações de energia eléctrica nos próximos meses. É de salientar que o valor do erro padrão para as previsões é decrescente, isto é, confiança nas previsões vai aumentando a medida que as previsões se afastam do instante inicial.

4.3.2 Discussão dos resultados

Os modelos ARCH apresentado por Engle(1982) e ARCH Generalizados apresentado por Bollerslev(1986) são caracterizados por produzirem a mesma resposta perante variações positivas e negativas de y_t , ou seja, variações positivas e negativas cujo valor em modulo é idêntico têm o mesmo impacto na variância condicional do modelo. o modelo GARCH exponencial responde de forma diferente a variações positivas e negativas de y_t . este raciocínio converge com os resultados obtidos neste estudo, conforme mostram as curvas de impacto de notícias presente na pagina 30.

Em grande parte dos casos, processos ARCH de ordem baixa são suficientes para modelar a série temporal, como por exemplo os processos GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e ARCH(1), estes resultados seguem a mesma ordem de ideia com os resultados obtidos no presente estudo.

De acordo com a literatura o Modelo EGARCH é o melhor modelo para modelar as séries financeiras comparado com os modelos ARCH e GARCH, pois, este modelo é parcimonioso e responde de forma diferente a choques positivos e negativos, este raciocínio converge com os resultados obtidos neste trabalho, pois, para a série de exportações de energia eléctrica o melhor modelo foi EGARCH(1.1).

Capítulo 5

Conclusões e Recomendações

5.1 Conclusões

Este trabalho tinha como objectivo aplicar os modelos ARCH na avaliação das exportações de energia eléctrica de janeiro de 2011 à junho de 2022, do estudo conclui-se que:

- A serie de exportações de energia eléctrica(USD Milhões), no período de Janeiro de 2011 a Junho 2022, apresentou períodos de menores exportações de energia(USD Milhoes), seguidos de períodos de maiores exportações.
- Os modelos ARCH(1), GARCH(1.1) e EGARCH(1.1) foram identificados como os mais adequados para descrever a variância condicional para a série de exportações de energia eléctrica de Moçambique
- Entre os modelos analisados, o EGARCH (1,1) apresentou melhor desempenho em termos de habilidades de previsão fora da amostra
- A previsão fora da amostra usando o modelo EGARCH(1,1), mostrou que as exportações de energia eléctrica tinham uma tendência decrescente, significando um prejuízo em Milhões de Dolar Americano.

5.2 Recomendações

Recomenda-se que, em futuras investigações sobre as exportações de energia eléctrica(USD Milhões) , que sejam testados outros modelos assimétricos como TARARCH e GJR-GARCH, entre vários.

Referências

1. Amaro, R. S. Ceretta, P. S, Vieira, K. M. (2016). Capacidade Preditiva Dos Modelos Da Família ARCH. *Revista de Gestao, Financas e Contabilidade*, pp.06-27.
2. Aiube, E. A. P. (2007). *Modelagem dos preços futuros commodities*. abordagem pelo filtro de particulas. Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil.
3. Asteriou, D e Hall, S. B. (2007). *Applied Econometrics - a modern approach*. New York: Palgrave Macmillan.
4. Berndt, E. Hall, B. Hall, R. e Hausman, J. (1974). Estimation and inference in nonlinear
5. Bezerra, M. I. S. (2006). *Previsão com modelos ARIMA*.Curso de Estatística. UNESP
6. Bollerslev, T. (1986).Generalized Autoregressive Condicional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31. pp 307-327.
structural models. In: *Annals of Economic and Social Measurement* 3(4), pp.
7. Box, G. E. P. e Jenkins G. M. (1976). *Time Series Analysis, forecasting and control*. San Francisco: Holden Day. 653665.
8. Curado, M. Rocha, M Damiani, D. (2014).*Taxa de câmbio e crescimento econômico*. Uma comparação entre economias emergentes e desenvolvidas.
9. Diebold, F.X. (1988). Empirical Modeling of Exchange Rate Dynamics. *Springer-Verlag*, Berlim.
10. DNE. (2022). *Plano Anual de Actividades e Orçamento*, Relatório Estatístico de Energia. Ministério dos Recursos Minerais e Energia Direcção de Planificação e Cooperação,Maputo

11. Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of the United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50. pp 987-1006.
12. Ehlers, R. S. (2005). *Análise de Séries Temporais*. Paraná. Universidade Federal de Paraná.
13. Engle, R. F. (2001). The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*. pp. 157-168.
14. Franco, G. C. (2012). *Apostila sobre modelagem Box e Jenkins*. Minas Gerais: Universidade Federal de Minas Gerais.
15. Franses, F.H e D.R. Van Dijk .(2000). *Non-linear Time Series Models in Empirical Finances*. Cambridge University Press.
16. Frank, S. Francis, D. e Shin. Minchul .(2017). *Real-time forecast evaluation of DSGE models with stochastic volatility*.
17. Gujarati, D. N. (2011). *Econometria Básica*. São Paulo: 5ª Edição (tradução). Editora AMGH.
18. Gutierrez, J. L. C. (2003). *Monitoramento da instrumentação da barragem de Corumbá por redes neurais e modelos Box e Jenkins* . Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
19. Jarque, C. e Bera, A. (1987). *A test for normality of observations and regression residuals*. International Statistical Review 55: 163-172.
20. Loquiha, O. F. A. (2008). *Uma aplicação a análise de volatilidade da taxa de inflação em Moçambique no período de 1996-2006*. Trabalho de Licenciatura em Estatística, Universidade Eduardo Mondlane, Maputo, Moçambique.
21. Lutkepohl, H e Kratzig, M .(2004). *Applied time series econometrics* . Cambridge University Press, 2004. url: <http://www.cambridge.org/9780521839198>. 3
22. Mulenga, A. C. (2018). *Introdução à Estatística*. Imprensa Universitária.
23. Morettin, P. A. e Toloi, C. M. C. (1981). *Modelos Para previsão de Series Temporais*. Instituto de Matemática Pura e Aplicada. Rio de Janeiro.
24. Murteira et al. (1993). *Análise de Sucessões Cronológicas*. Lisboa. McGraw Hill.

25. Marques, M. I. G. (2017). *Aplicação Dos Modelos GARCH, EGARCH e TGARCH No AX-30*. Dissertação grau de Mestre em Contabilidade e Análise Financeira. Lisboa. Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa.
26. Ministério de Energia. (2011). *Plano Anual de Actividades e Orçamento*, Relatório Estatístico de Energia. Ministério dos Recursos Minerais e Energia Direcção de Planificação e Cooperação, Maputo
27. Neto, F. A. M. (2014). *Modelos de Previsão de Séries Temporais*. Uma Aplicação do Modelo GARCH a Taxa de Câmbio. Dissertação para grau de Mestre em Economia. Fundação Getulio Vargas, Escola de Economia de São Paulo, Brasil.
28. Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset return. a new approach. *Econometrica*, pp. 347-370.
29. Oliveira, M. M. Santos, L. D. Fortuna, N. (2011). *Econometria*. Escolar Editora. Lisboa
30. PAAO. (2022). *Plano Anual de Actividades e Orçamento*, Relatório Estatístico de Energia. Ministério dos Recursos Minerais e Energia Direcção de Planificação e Cooperação, Maputo
31. Pindyck, R.S. e Rubinfeld, D.L. (1998). *Econometric Models and Economic Forecast*. 4ª Edição. China. McGraw-Hill.
32. Reis, M. M. (2016). INE 7001-*Estatística para Administradores*. www.inf.ufsc.br.
33. Ribeiro, C. S. (2014). *Econometria*. Escolar Editora, Lisboa.
34. Tsay, R. (2005). *Analysis of Financial Time Series*. New Jersey, John Wiley and Sons.

Apêndices

Date: 12/07/23 Time: 20:11
Sample (adjusted): 3 150
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
█	█	1 -0.152 -0.152 3.4925			
█	█	2 -0.168 -0.195 7.7618	0.005		
█	█	3 -0.047 -0.114 8.0939	0.017		
█	█	4 -0.002 -0.070 8.0943	0.044		
█	█	5 0.106 0.069 9.8516	0.043		
█	█	6 -0.099 -0.088 11.371	0.045		
█	█	7 -0.122 -0.138 13.707	0.033		
█	█	8 -0.006 -0.089 13.713	0.057		
█	█	9 0.033 -0.051 13.885	0.085		
█	█	10 0.008 -0.051 13.894	0.126		
█	█	11 -0.022 -0.038 13.970	0.174		
█	█	12 -0.063 -0.088 14.619	0.201		
█	█	13 0.117 0.058 16.868	0.155		
█	█	14 -0.059 -0.093 17.439	0.180		
█	█	15 -0.034 -0.063 17.637	0.224		
█	█	16 0.053 0.010 18.109	0.257		
█	█	17 0.033 0.028 18.297	0.307		
█	█	18 0.029 0.014 18.438	0.362		
█	█	19 0.005 0.044 18.443	0.427		
█	█	20 0.071 0.124 19.321	0.436		
█	█	21 -0.006 0.040 19.328	0.501		
█	█	22 -0.117 -0.090 21.744	0.414		
█	█	23 0.107 0.120 23.765	0.360		
█	█	24 -0.087 -0.063 25.128	0.344		
█	█	25 -0.013 -0.001 25.159	0.397		
█	█	26 -0.063 -0.087 25.878	0.414		
█	█	27 0.044 0.072 26.241	0.450		
█	█	28 -0.038 -0.087 26.512	0.490		
█	█	29 0.005 -0.019 26.516	0.545		
█	█	30 -0.009 -0.042 26.533	0.597		
█	█	31 -0.059 -0.084 27.185	0.614		
█	█	32 0.039 -0.050 27.481	0.648		
█	█	33 0.094 0.054 29.203	0.609		
█	█	34 -0.083 -0.103 30.542	0.590		
█	█	35 -0.107 -0.123 32.807	0.526		
█	█	36 0.037 -0.123 33.083	0.561		

*Probabilities may not be valid for this equation specification.

(a) ARCH(1).

Date: 12/07/23 Time: 20:16
Sample (adjusted): 3 150
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
█	█	1 0.005 0.005 0.0547			
█	█	2 -0.062 -0.062 7.1290	0.008		
█	█	3 -0.004 -0.003 7.1579	0.028		
█	█	4 0.037 0.033 9.6471	0.022		
█	█	5 0.024 0.023 10.880	0.031		
█	█	6 -0.048 -0.044 14.899	0.011		
█	█	7 0.028 0.031 16.292	0.012		
█	█	8 0.005 -0.002 16.334	0.022		
█	█	9 0.026 0.028 17.582	0.025		
█	█	10 -0.034 -0.032 19.731	0.020		
█	█	11 0.038 0.043 22.408	0.013		
█	█	12 0.027 0.019 23.711	0.014		
█	█	13 0.008 0.014 23.837	0.021		
█	█	14 -0.016 -0.014 24.335	0.028		
█	█	15 -0.015 -0.012 24.760	0.037		
█	█	16 0.029 0.020 26.341	0.035		
█	█	17 -0.008 -0.006 26.451	0.048		
█	█	18 -0.027 -0.025 27.810	0.047		
█	█	19 -0.013 -0.010 28.124	0.080		
█	█	20 0.021 0.012 28.955	0.067		
█	█	21 0.049 0.046 33.438	0.030		
█	█	22 0.007 0.012 33.525	0.041		
█	█	23 -0.009 -0.004 33.680	0.053		
█	█	24 0.001 -0.001 33.681	0.070		
█	█	25 0.047 0.042 37.740	0.037		
█	█	26 0.017 0.020 39.291	0.043		
█	█	27 0.010 0.019 38.494	0.054		
█	█	28 0.022 0.021 39.364	0.059		
█	█	29 -0.048 -0.051 43.607	0.030		
█	█	30 -0.001 0.000 43.610	0.040		
█	█	31 0.023 0.022 44.595	0.042		
█	█	32 -0.003 -0.012 44.617	0.054		
█	█	33 0.010 0.011 44.800	0.056		
█	█	34 0.011 0.012 45.023	0.079		
█	█	35 0.012 0.010 45.286	0.093		
█	█	36 -0.018 -0.018 45.898	0.103		

*Probabilities may not be valid for this equation specification.

(b) GARCH(1.1).

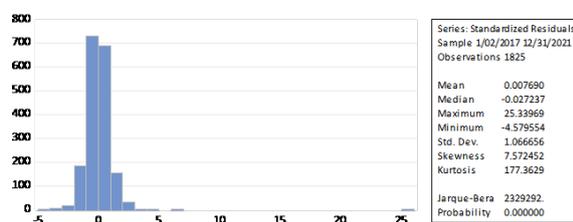
Date: 12/07/23 Time: 20:16
Sample (adjusted): 3 150
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
█	█	1 -0.140 -0.140 2.9563			
█	█	2 -0.154 -0.177 6.5455	0.011		
█	█	3 -0.029 -0.083 6.6705	0.036		
█	█	4 0.032 -0.015 8.8264	0.078		
█	█	5 0.092 0.081 8.1275	0.087		
█	█	6 -0.077 -0.048 9.0511	0.107		
█	█	7 -0.130 -0.129 11.725	0.068		
█	█	8 -0.044 -0.110 12.030	0.100		
█	█	9 0.045 -0.036 12.356	0.136		
█	█	10 -0.025 -0.069 12.453	0.189		
█	█	11 -0.012 -0.021 12.475	0.255		
█	█	12 -0.047 -0.056 12.834	0.304		
█	█	13 0.079 0.047 13.863	0.310		
█	█	14 -0.050 -0.083 14.271	0.355		
█	█	15 -0.028 -0.058 14.404	0.420		
█	█	16 0.080 0.042 15.492	0.417		
█	█	17 0.056 0.061 16.019	0.452		
█	█	18 0.008 0.028 16.030	0.522		
█	█	19 -0.010 0.030 16.049	0.589		
█	█	20 0.051 0.076 16.506	0.623		
█	█	21 0.016 0.027 16.549	0.682		
█	█	22 -0.098 -0.100 18.242	0.634		
█	█	23 0.118 0.138 20.712	0.539		
█	█	24 -0.117 -0.084 23.168	0.451		
█	█	25 -0.026 -0.019 23.293	0.503		
█	█	26 -0.055 -0.081 23.945	0.528		
█	█	27 0.049 0.059 24.289	0.559		
█	█	28 -0.044 -0.077 24.649	0.594		
█	█	29 0.011 0.005 24.670	0.646		
█	█	30 -0.014 -0.022 24.708	0.693		
█	█	31 -0.085 -0.096 26.078	0.571		
█	█	32 0.044 -0.056 26.455	0.699		
█	█	33 0.110 0.081 28.776	0.631		
█	█	34 -0.060 -0.077 29.487	0.643		
█	█	35 -0.136 -0.129 33.108	0.511		
█	█	36 0.013 -0.122 33.141	0.558		

*Probabilities may not be valid for this equation specification.

(c) EGARCH(1.1).

Figura 5.1: Correlograma dos modelos ARCH(1),GARH(1.1) e EGARCH(1.1) respectivamente, da série de exportações de energia eléctrica de Moçambique



(a) ARCH(2).



(b) GARCH(1.1).



(c) EGARCH(1.1).

Figura 5.2: Distribuição dos resíduos da série de exportações de energia eléctrica.