

Protocolo de Trabalho de Licenciatura em  
Estatística

**APLICAÇÃO DE ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS NA  
MEDIÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS BANCOS EM  
MOÇAMBIQUE EM 2022**

Autora: Marcina Covele

Supervisor: Mestre Narciso Alfaiate

Maputo, Março de 2025

## DECLARAÇÃO DE HONRA

Declaro que este trabalho é resultado da minha própria investigação, que não foi submetido para outro grau que não seja o indicado – **Licenciatura em Estatística**, da Universidade Eduardo Mondlane.

Maputo, aos \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2025

---

(**Marcina Covele**)

## DEDICATÓRIA

*A minha mãe,  
e a toda minha família*

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, o meu supervisor, Mestre Narciso Alfaiate, por aceitar o desafio de orientar-me no trabalho de fim do curso, através da transmissão dos seus conhecimentos e por acreditar que sou capaz de superar o desafio.

Agradeço a Deus por sentir que Ele está presente em todos os momentos da minha vida, e principalmente por ser a razão do meu viver.

Agradeço ao meu marido Manuel Misto Gemuce, ao meu filho Nobel Marciel Manuel Gemuce, a minha irma Lina António Covele, que no decorrer de todo o curso sempre estiveram ao meu lado me dando todo apoio que precisava apostando no meu potencial, com muita compreensão e paciência. Obrigado.

A minha família em especial aos meus pais António Alfiado Covele e Teresinha Alexandre Chongole que clamaram por Deus, para meu objectivo seja alcançado. Portanto, acredite, sou muito grata.

A Universidade Eduardo Mondlane, pela oportunidade depositada em mais um jovem a concluir o ensino superior, contribuindo para o índice académico do país.

E por fim, aos colegas que compartilharam todas as fases académicas enfrentando todas as dificuldades e vencendo cada obstáculo.

A todos, muito obrigada.

Marcina Covele

## RESUMO

Este estudo fez aprofundamento sobre “*Análise envoltória de dados para medir a eficiência dos bancos moçambicanos em 2022*”. A população em estudo é constituída por 20 bancos ou instituições financeiras que operaram em Moçambique em 2022. Para atingir estes objectivos de DEA, a selecção de variáveis e dados é crucial. Uma das dificuldades na utilização da técnica DEA diz respeito à selecção das variáveis input e output que alimentarão o modelo. Alguns bancos, como BNI, FCB, LETSHEGO, UBA e BAYPORT, alcançaram a fronteira de eficiência em todos os modelos, enquanto outros, especialmente os maiores, como BIM, BCI e Standard Bank, apresentaram ineficiências, mesmo sendo líderes no mercado moçambicano. Os bancos ineficientes, devem reduzir principalmente seus custos operacionais, sem sacrificar os recursos que captam de clientes, como depósitos, ou seus activos totais. Para melhorar a eficiência os bancos devem reduzir os custos operacionais, identificada como uma meta relevante em vários bancos sem comprometer o volume de depósitos e activos. O modelo SBM, com uma média de eficiência de 82%, reforça esses resultados, mostrando que há uma ineficiência média de 18% no sector, representando uma oportunidade significativa de melhoria, especialmente para bancos como FNB e ACCESS, que obtiveram valores muito abaixo de 100%.

Palavras-chave: Análise Envoltória de Dados, Eficiência, Bancos.

## **ABSTRACT**

This study delved deeper into “*Data envelopment analysis to measure the efficiency of Mozambican banks in 2022*”. The study population consists of 20 banks or financial institutions that operated in Mozambique in 2022. To achieve these DEA objectives, the selection of variables and data is crucial. One of the difficulties in using the DEA technique concerns the selection of the input and output variables that will feed the model. Some banks, such as BNI, FCB, LETSHEGO, UBA and BAYPORT, reached the efficiency frontier in all models, while others, especially the largest, such as BIM, BCI and Standard Bank, showed inefficiencies, despite being leaders in the Mozambican market. Inefficient banks must mainly reduce their operating costs, without sacrificing the resources they capture from customers, such as deposits, or their total assets. To improve efficiency, banks must reduce operating costs, identified as a relevant goal in several banks without compromising the volume of deposits and assets. The SBM model, with an average efficiency of 82%, reinforces these results, showing that there is an average inefficiency of 18% in the sector, representing a significant opportunity for improvement, especially for banks such as FNB and ACCESS, which obtained values well below 100%. DEA models, such as BCC and SBM, made it possible to identify efficient banks that serve as a reference for others, indicating good management practices that can be adopted. For each inefficient bank, the weights of the reference efficient banks were calculated, and, based on these weights, target values for inputs and outputs were projected, so that inefficient banks can improve their performance.

**Keywords:** Data Envelopment Analysis, Efficiency, Banks.

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

**BCC** - Banker, Charnes e Cooper

**CCR** - Charnes, Cooper e Rhodes

**CRS** - Constant Return to Scale

**DEA** – Data Envelopment Analysis

**DMUs** - Decision Making Units

**SBM** - Slacks-Based Measure

**UEM** – Universidade Eduardo Mondlane

**VRS** - Variable Return to Scale

## ÍNDICE

DECLARAÇÃO DE HONRA.....	i
DEDICATÓRIA .....	ii
AGRADECIMENTOS .....	iii
RESUMO.....	iv
ABSTRACT.....	v
LISTA DE ABREVIATURAS .....	vi
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Contextualização .....	1
1.2. Definição do Problema.....	2
1.3. Objectivos.....	2
1.3.1. Objectivo Geral.....	3
1.3.2. Objectivos específicos .....	3
1.4. Relevância .....	3
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	3
2.1. Conceitos básicos relacionados com a eficiência.....	3
2.1.1. Performance .....	4
2.1.2. Eficiência.....	4
2.1.3. Productividade .....	5
2.1.4. Métodos de medição de eficiência .....	5
2.1.5. Tipo de Eficiência dos Bancos .....	6
2.2. Estudos de eficiência no sector bancário.....	8
2.3. Data Envelopment Analysis.....	15
2.1.1. Variáveis na metodologia DEA.....	18
2.1.2. Orientação para Inputs ou para Outputs .....	19
2.1.3. Região admissível e fronteira de eficiência .....	21
2.1.4. Tipos de Rendimentos de Escalas .....	23
2.1.5. Modelos CCR e BCC na forma de Envelope .....	24



3. MATERIAL E MÉTODOS.....	29
3.1. Material .....	29
3.1.1. População, amostra e fonte de dados .....	29
3.1.2. Variáveis seleccionadas .....	30
3.2. Métodos.....	31
3.2.1. Modelos CCR e BCC orientados a inputs.....	31
3.2.2. Modelos Baseados em Folga (SBM) .....	32
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	33
4.1. Análise descritiva das variáveis .....	34
4.2. Análise de correlações entre as variáveis.....	36
4.3. Análise da eficiência dos bancos moçambicanos.....	37
4.3.1. Resultados dos modelos CCR e BCC.....	38
4.3.2. Valores alvos ou projecção de melhoria para bancos ineficientes.....	42
4.3.3. Resultados do modelo baseado em folgas (SBM).....	46
4.3.4. <i>Ranking</i> dos bancos com base no índice de eficiência .....	50
5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	52
5.1. Conclusões .....	52
5.2. Recomendações .....	54
REFERÊNCIAS.....	55

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Lista de bancos seleccionados para o estudo.....	29
Tabela 2-Variáveis seleccionadas para o estudo.....	30
Tabela 3-Activos Totais, Depósitos, Custos Operacionais, Empréstimos e Resultado Líquido dos Bancos.....	31
Tabela 4-Modelos utilizados para determinar a eficiência dos bancos.....	32
Tabela 5-Estatísticas Descritivas da Variáveis (valores em MT).....	34
Tabela 6-Correlações entre as variáveis.....	37
Tabela 7-Valor da eficiência dos bancos, modelos CCR e BCC orientado para inputs, em 2022	38
Tabela 8-Valores de pesos ( $\lambda_i$ ) do grupo de referência para os bancos ineficientes.....	42
Tabela 9-Projecção de metas para os bancos ineficientes (modelo BCC-I).....	44
Tabela 10-Resultados do modelo SBM.....	47
Tabela 11-Ranking dos bancos com base nos modelos CCR-I, BCC-I e SBM, em 2022.....	50

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-Transformação de inputs em outputs pelas unidades de decisão.....	15
Figura 2- EficiênciaTécnica:OrientaçãoInput.....	20
Figura 3- EficiênciaTécnica:OrientaçãoOutput.....	20
Figura 4- FronteiradeEficiênciaeRegiãoAdmissível.....	22
Figura 5- Projecção das DMUs ineficientes para a fronteira de eficiência.....	22
Figura 6-Boxplot das variáveis analisadas.....	36
Figura 7-Valores da eficiência dos bancos, modelos CCR e BCC em 2022.....	41
Figura 8-Resultados do modelo SBM.....	49

# 1. INTRODUÇÃO

Avaliar a eficiência do sector bancário de um país é importante, pois, o sucesso de todo o sistema financeiro.

## 1.1. Contextualização

A existência de um sistema financeiro eficiente é condição fundamental para o desenvolvimento económico e social sustentável de Moçambique. Os bancos comerciais são uma parte integrante do sistema financeiro moçambicano, razão pela qual, um sistema bancário eficiente e produtivo fortalece a economia do país. De facto, um sector financeiro que aloca recursos de forma eficiente é o motor que impulsiona o crescimento económico em qualquer país (Kamau, 2011).

Muitos estudos têm sido desenvolvidos em vários campos usando diferentes técnicas para avaliar a eficiência ou o desempenho de empresas. Existem três métodos de medição utilizados para análise de eficiência, nomeadamente, análise de razão, métodos paramétricos e métodos não paramétricos. Acredita-se que o método de análise de razão não fornece resultados confiáveis porque mede a eficiência usando uma única variável de entrada e uma única variável de saída. A análise de regressão, um dos métodos paramétricos mais utilizados, avalia o quanto as variáveis de entrada influenciam a variável dependente e estabelece um modelo com uma variável dependente e mais de uma variável independente (Wang e Lan, 2011; Gizaw, 2019).

Um método para medir a eficiência de empresas, por exemplo dos bancos, é colocá-la em comparação com outros bancos, que realizam as mesmas actividades. Uma análise desta natureza, permite que cada banco seja confrontado com as melhores práticas verificadas no sector, e depois, desenvolva planos de acção para melhorar a sua eficiência. Na literatura de análise de eficiência e produtividade, Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis-DEA*) é uma ferramenta de *benchmarking*, amplamente utilizada em muitos problemas de gestão, para medir a eficiência e produtividade de unidades de tomada de decisão (*Decision Making Units-DMUs*) para mostrar o desempenho delas (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978).

Muitos estudos relacionados com a DEA têm sido aplicados para avaliar a eficiência no sector de bancário na Europa, América e na Ásia. Em África, em particular em Moçambique, estudos de

aplicação da técnica, no sector financeiro são necessários. Para o caso de Moçambique, três estudos com a aplicação da técnica podem ser citados (Wanke, Barrose Emrouznejad, 2016; Lemequezane, 2020; Alfaiate, Ozdemir e Alp, 2023).

## **1.2. Definição do Problema**

Avaliar a eficiência do sector bancário de um país é importante, pois, o sucesso de todo o sistema financeiro e a estabilidade do sector bancário são afectados por essa actividade (Yilmaz, 2013).

Olhando para os relatórios financeiros dos bancos comerciais em Moçambique, é possível encontrar, por exemplo, a análise de eficiência (rácio de eficiência) que resulta do rácio entre o producto bancário e os custos operacionais, isto é, verifica-se que, o foco principal dos bancos, no contexto de medição da eficiência, é sobre os principais rácios entre o custo e rendimento, rentabilidade do capital próprio médio e rentabilidade do activo médio.

O problema relacionado a esses rácios, é que essas medidas não podem avaliar múltiplas variáveis e, portanto, apresentam um quadro simplificado da real situação da eficiência ou produtividade dos bancos. E porque os bancos estão em constante concorrência de mercado, métodos ou técnicas que podem medir o nível de eficiência destes e apontar aspectos de melhoria em comparação com outros, pode apresentar mais vantagens em relação aos rácios tradicionais utilizados pelos bancos. Deste modo, o presente estudo propõe a aplicação de Análise Envoltória de Dados.

A Análise Envoltória de Dados permite determinar a eficiência e produtividade dos bancos de forma mais geral, relacionando múltiplas variáveis calculando um índice de eficiência, e identifica boas práticas que devem ser seguidas por aqueles bancos classificados como ineficientes alcançarem a fronteira de eficiência.

## **1.3. Objectivos**

### **1.3.1. Objectivo Geral**

Aplicar a análise envoltória de dados para medir a eficiência dos bancos moçambicanos em 2022.

### **1.3.2. Objectivos específicos**

1. Determinar a eficiência relativa dos bancos;
2. Prever metas ou valores alvos para bancos ineficientes alcançarem a eficiência;
3. Criar um *ranking* dos bancos com base no valor da eficiência.

### **1.4. Relevância**

Avaliar a eficiência dos bancos é relevante na medida em que permite determinar se um banco é eficiente ou não e as possíveis razões da ineficiência. Permite, igualmente, observar como os outros bancos estão a fazer a combinação dos seus recursos para atingir os resultados desejados. O estudo pode ampliar o horizonte dos gestores dos bancos comerciais, o que ajudará a melhorar a eficiência dos bancos, formular políticas, identificar necessidades futuras, fazer reformas nos bancos, bem como melhorar a eficiência do sector financeiro como um todo. O estudo é um dos poucos a aplicar a técnica de Análise Envoltória de Dados no sector financeiro moçambicano, podendo deste modo, constituir base de consulta para os outros estudos, pelas razões acima, justifica-se a realização do estudo.

## **2. REVISÃO DA LITERATURA**

### **2.1. Conceitos básicos relacionados com a eficiência**

O problema do uso eficiente de recursos, que constitui a base da economia, é uma questão importante nas empresas, e tendo em conta as crescentes condições de concorrência. As empresas procuram usar seus recursos da maneira mais eficiente para acompanhar as mudanças nas condições do mercado enquanto atingem suas metas de desempenho. Apesar da importância dos conceitos de eficiência e produtividade, a falta de técnicas de medição confiáveis e válidas, que muitas vezes vêm de forma padronizada, dificulta a medição da eficiência no processo de gestão. Antes de entrar no assunto de métodos de medição de eficiência, definir a eficiência fornecerá uma melhor compreensão do assunto. Assim, tem-se os conceitos de performance, eficiência e produtividade.

### **2.1.1. Performance**

Performance ou desempenho pode ser definido como o grau de sucesso alcançado por uma empresa em um determinado período. Em outras palavras, a performance é a expressão quantitativa ou qualitativa de como uma pessoa, grupo ou empresa realiza um trabalho e como pode atingir o objectivo pretendido. Como pode ser entendido a partir das definições, há um objectivo definido e a performance é medido pelo grau em que esse objectivo é alcançado. Performance, que é um conceito relativo, pode produzir resultados diferentes dependendo de quem faz a avaliação (Kablan, 2010). Em função dos resultados da performance, os gestores devem fazer mudanças de suas decisões e métodos de trabalho quando necessário.

### **2.1.2. Eficiência**

A eficiência é definida pelos cientistas de várias maneiras. Eficiência é a capacidade (muitas vezes mensurável) de evitar o desperdício de material, energia, esforço, dinheiro e tempo para fazer algo ou alcançar um resultado desejado. De um modo geral, é a capacidade de fazer as coisas bem, com sucesso e sem desperdício. Do ponto de vista matemático ou científico, refere-se ao nível de desempenho que usa a menor quantidade de recursos para obter o máximo dos resultados. Geralmente inclui a capacidade de aplicar um esforço para produzir um resultado com uma quantidade mínima de desperdício, despesa ou esforço desnecessário. Ela mede o quão perto uma unidade de produção está da fronteira de possibilidade de produção, que consiste em grupos de pontos que combinam insumos de forma otimizada para produzir uma unidade de produto (Kablan, 2010).

A eficácia refere-se à capacidade de um banco definir e atingir suas metas e objectivos, enquanto a eficiência refere-se à capacidade do banco produzir resultados com recursos ou insumos mínimos, ou é geralmente definida como a razão entre outputs e inputs (Sherman e Zhu, 2006). De um modo geral, a eficácia descreve a capacidade de um indivíduo, grupo ou sistema atingir metas estabelecidas com recursos disponíveis. A eficiência mostra o quão bem os resultados podem ser alcançados a partir dos recursos disponíveis. Ou seja, a eficiência determina o grau de uso ótimo dos recursos na produção dos resultados. A eficiência de um banco é o melhor nível de output alcançado sem qualquer alteração do nível de inputs (Gizaw, 2019). A eficiência de um banco refere-se à habilidade do banco providenciar seus serviços com mínimo possibilidade de recursos, ou produzir o máximo possível de productos e serviços com uma quantidade limitada de inputs ou recursos (Yidersal, 2018).

Embora eficiência e produtividade sejam frequentemente usadas como sinónimos, elas têm significados diferentes.

### **2.1.3. Productividade**

A produtividade é obtida pela razão entre a quantidade de bens e serviços produzidos e os recursos utilizados na produção desses bens e serviços. Productividade, em sua definição mais curta, é a razão entre o total dos outputs e o total dos inputs. A produtividade é a razão entre a quantidade de produção e os factores de produção (Coelli et al.,1998).

### **2.1.4. Métodos de medição de eficiência**

As empresas preocupam-se com a quantidade de produção que deve ser aumentada através da utilização eficiente dos insumos. Diferentes métodos foram desenvolvidos para medir a eficácia. O primeiro método para medir a eficácia foi desenvolvido por Farrell em 1957. Posteriormente, vários métodos foram desenvolvidos para medir a eficiência até a introdução de modelos DEA. Os métodos de medição de eficiência podem ser divididos em três grupos: análise de razão, métodos paramétricos e não paramétricos. Esses três métodos para medir a eficácia são descritos a seguir.

#### *2.1.4.1. Análise de razão*

**Análise de razão**- é um método frequentemente utilizado porque é uma análise que requer menos dados no cálculo. A maior vantagem da análise de razão é que ela usa um único input e um único output. Uma das desvantagens da análise de razão é que ela considera apenas uma das dimensões relacionadas com a eficiência ou produtividade, ignorando as outras, o que pode levar a resultados tendenciosos. Por esta razão, dependendo da selecção, alguns rácios podem fazer com que uma organização pareça eficiente, enquanto outros rácios podem fazê-la parecer ineficiente (Tarim, 2001).

#### *2.1.4.2. Métodos paramétricos*

Os métodos paramétricos exigem que as funções estatísticas ou paramétricas sejam consideradas de uma perspectiva econométrica e incluam os conceitos de custo ou função de produção (Drake e Hall, 2003). A análise de regressão é um método paramétrico, que utiliza uma única saída (*output*) e múltiplas entradas (*inputs*), aplicada também para medir a eficiência. Tenta-se determinar a estrutura funcional da relação entre as variáveis explicadas (dependentes) e explicativas (independentes). A análise de regressão é um método mais abrangente do que a análise de razão. Apesar deste escopo, ela apresenta algumas deficiências. Primeiro, devido à definição de um resultado único, os resultados têm de ser reduzidos a um valor único numa base unitária comum. Por esta razão, existem algumas dificuldades em especificar unidades de medida diferentes como uma unidade comum.

### **2.1.5. Tipo de Eficiência dos Bancos**

#### *2.1.5.1. Eficiência de custos*

Eficiência de Custos denota a comparação do custo de um banco com as melhores práticas da empresa para produzir o mesmo output nas mesmas condições. Um banco é rentável se utilizar determinado input ao menor custo e produzir o máximo de produção em um período mais curto e nas mesmas condições. De acordo com Sardar et al., (2013), a relação custo-eficiência refere-se a um custo mínimo e uma produção máxima com recursos limitados. A Eficiência de Custos é dividida em Eficiência Alocativa e Eficiência Técnica.

- i) *Eficiência alocativa.* A Eficiência Alocativa denota a utilização do melhor nível de input. De acordo com Qayyum e Khan (2010) a Eficiência Alocativa refere-se à escolha da proporção óptima de inputs a determinados preços de inputs. Enquanto, de acordo



com Burki e Ahmad (2011), a mudança de Eficiência Alocativa torna-se importante principalmente quando algumas mudanças de gestão e o controle estatal moderam o processo de desregulamentação. Othman et al., (2016) afirmaram que a Eficiência Alocativa mede a combinação ideal de insumos para aumentar a Eficiência e a produção ou serviços, como a introdução de caixas eletrônica (ATM) pelos bancos e serviços bancários pela Internet para compensações entre capital e trabalho.

- ii) *Eficiência Técnica.* Eficiência Técnica refere-se à produção máxima com tempo e recursos limitados. O conceito de Eficiência Técnica, introduzido por Koopmans (1951), é utilizado para avaliar empresas. A Eficiência Técnica é útil quando são consideradas múltiplos inputs e outputs. A Eficiência Técnica também está relacionada aos esforços de gestão. Segundo a teoria da produção, Eficiência Técnica é a avaliação do vector de recursos (inputs) utilizado para obter o vector de produtos (outputs). De acordo com Hayat (2011), a Eficiência Técnica indica muito sobre a qualidade das decisões de gestão. Othman et al., (2016) afirmaram que a Eficiência Técnica também é conhecida como Eficiência Global. Segundo esses cientistas a Eficiência Técnica mede a capacidade dos bancos de produzir resultados reais com menos recursos utilizados, indicando maior eficiência. Rogova e Blinova (2018) focaram na análise de Eficiência Técnica e relataram que ela poderia indicar a qualidade da gestão no mercado russo.

#### *2.1.5.2. Eficiência de escala*

Farrell (1957) afirma que a produção em nível máximo utilizando o melhor nível máximo de recursos (inputs) refere-se à Eficiência de Escala. A relação entre eficiência técnica geral e eficiência pura refere-se à eficiência de escala (Khan e Khattak, 2016). Othman et al., (2016) definiram a Eficiência de Escala como o nível ideal de volume de actividade, em que a ineficiência pode surgir se bens ou serviços forem produzidos acima ou abaixo do nível ideal, resultando em custos fixos adicionais.

#### *2.1.5.3. Eficiência de preço*

Bancos eficientes podem oferecer melhores serviços a preços razoáveis aos olhos dos clientes. Ao mesmo tempo, outras partes interessadas pensam que apenas bancos eficientes podem garantir retornos consistentes. Além disso, apenas os bancos eficientes podem sobreviver e manter a sua

quota de mercado, enquanto, na opinião dos gestores, os bancos ineficientes acabariam por ser eliminados em condições de mercado mutáveis e completas (Khan e Khattak, 2016).

## **2.2. Estudos de eficiência no sector bancário**

A eficiência é o conceito mais importante no âmbito deste estudo, pois é uma medida que a Análise Envoltória de Dados (DEA) pode calcular. A eficiência é uma medida de eficácia, segundo Dourado (2009), e desempenha um papel importante na comparação de métodos na gestão do processo produtivo que utiliza os mesmos inputs e visam os mesmos outputs.

Segundo Charnes et al., (1994), o método DEA tem sido utilizado em diversas áreas do conhecimento, por ser uma forma eficaz de mostrar processos operacionais para análise de desempenho. Além disso, Soteriou e Stavrínides (1997) concluíram que a DEA é uma excelente ferramenta para analisar eficiência de uma agência bancária, pois pode levar em consideração diversas perspetivas operacionais, onde os gestores acreditam que o seu negócio precisa ser competitivo.

DEA é uma técnica não paramétrica amplamente utilizada para medir a eficiência técnica, especialmente na indústria bancária (Berger e Humphrey, 1997; Ali e Seiford, 1993). A eficiência de um banco significa que o banco pode providenciar seus serviços com menos recursos disponíveis ou produzir o máximo possível de serviços utilizando uma quantidade limitada de recursos ou inputs.

No passado, de acordo com Yang (2009), os bancos utilizavam métodos de rentabilidade para analisar a produtividade, utilizando uma quantidade de medidas consideradas ineficazes na definição de políticas de marcação e avaliação do desempenho global. A inclusão da análise de parâmetros de eficiência acabou permitindo a identificação de processos mais eficientes, e a DEA ganhou destaque como método que organiza e analisa dados de forma eficiente, permitindo que a eficiência mude ao longo do tempo (Golany e Storbeck, 1999; Yang, 2009).

Existe uma larga lista de estudos de análise de eficiência no sistema financeiro (bancos comerciais) usando DEA. A revisão desses estudos apresenta-se a seguir:

Na literatura internacional, o trabalho dos cientistas Sherman e Gold (1985) é considerado por muitos como sendo o pioneiro a aplicar a metodologia de DEA para examinar a produtividade de

sector bancário (Paradi, Sherman e Tam, 2018; Daraio e Simar, 2007; Liu et al., 2013; Forsund e Sarafoglou, 2002; 2005).

Os autores exploraram DEA como uma nova abordagem que pode ajudar a melhorar a produtividade de estabelecimentos bancários providenciando informação de eficiência que os dados contabilísticos dispõem. Em outras palavras, o trabalho de Sherman e Gold (1985) constituiu a base de inspiração para muitos outros estudos que aplicaram a metodologia de DEA no sector bancário.

Uma série de estudos avalia a eficiência no sector financeiro utilizando DEA, especialmente modelos radiais e não radiais. Podem ser destacados, por exemplo, alguns estudos envolvendo modelos radiais como os realizados por Atallah et al., (2004), Casu e Molyneux (2003), Favero e Papi (1995) e McAllister e McManus (1993). Os modelos radiais representados pelos modelos de Charnes, Cooper e Rhodes (CCR) e Banker, Charnes e Cooper (BCC) são aqueles em que os insumos são reduzidos na mesma proporção mantendo os produtos (orientados a insumos), ou os produtos são aumentados na mesma proporção mantendo o nível de insumos (orientados a produtos). Por outro lado, os modelos não radiais, representados pelos modelos Aditivo e baseados em folgas (*Slacks-Based Measure-SBM*), não assumem a mesma relação de proporcionalidade. Isto implica que um aumento ou diminuição no insumo não implica necessariamente uma mudança proporcional no produto.

Vedula e David (2004), aplicaram a técnica de DEA e analisaram seis bancos neozelandeses, no período de 2000 a 2002, considerando as seguintes variáveis de entrada (input): custos operacionais, custos com pessoal, número de agências, custos com juros, depósitos, ativos fixos e fundos de empréstimos. Como variáveis de saída (output) recorreram aos rendimentos com juros, outros rendimentos, os depósitos e os rendimentos operacionais totais.

Um artigo de Lozana-Vivas, Pastor e Hasan (2001) estudou o desempenho bancário na União Europeia, primeiro investigaram a eficiência dos bancos em cada país e depois, usando variáveis ambientais, analisaram a eficiência em toda a Europa. Para atingir esse objectivo, o estudo aplicou a modelagem DEA, a mais de 600 bancos de 10 países. As variáveis outputs utilizadas foram o valor de empréstimos, depósitos e outros ativos e como inputs o valor de mão-de-obra e estrutura física.

Com a mesma finalidade de avaliar a eficiência bancária, Sathye (2002) aplicou DEA num conjunto de 94 bancos, tendo produzido a sua avaliação através de dois modelos. Esses 94 bancos foram repartidos em duas categorias: públicos e privados. O primeiro modelo apresentava como inputs os gastos com juros e os gastos operacionais, sendo que a receita com juros e outras receitas eram utilizadas como outputs. No segundo modelo, empregava depósitos e número de empregados como inputs e, naturalmente, as receitas provenientes de serviços prestados pelo banco como outputs.

Camanho e Dyson (1999), onde analisaram o desempenho de um conjunto de agências bancárias de um banco português com recurso a DEA. Os autores concluíram que a eficiência das agências tem efeitos positivos na sua rentabilidade. Todavia, a rentabilidade não estava de modo obrigatório relacionada a maiores níveis de eficiência. Além disso, a maioria das agências mostrava ineficiências de escala consideráveis, especialmente relacionadas com os retornos crescentes à escala.

Staub et al., (2010), examinaram a eficiência técnica, alocativa e económica de bancos brasileiros entre 2000 a 2007, usando a metodologia de DEA. Neste estudo foi analisada uma base de dados de 127 bancos, extraída do site do Banco Central do Brasil. Como inputs os autores utilizaram as seguintes variáveis: despesas de juros; despesas operacionais líquidas de despesa de pessoal, despesas de pessoal. Os outputs foram: investimentos; total de empréstimos líquidos de provisão; depósitos. Os resultados da análise mostraram que os bancos estrangeiros ou que possuem participação estrangeira são menos eficientes do que os bancos nacionais. Em relação a diversidade, não houve diferenças significativas entre os bancos, mostrando que a diversidade de serviços nem sempre leva a maior eficiência. Em relação ao tamanho do banco, de acordo com os autores, os resultados mostraram que, os bancos menores são mais eficientes do que os bancos maiores.

Avkiran (2011) avaliou a eficiência dos bancos chineses após a liberação económica, marcada pela entrada da China na Organização Mundial do Comércio em 2001, e apresenta a utilidade da DEA como padrão de referência para investidores, reguladores e sociedade em geral. O estudo foi realizado com as informações financeiras de 21 bancos comerciais chineses para avaliar a abordagem de rentabilidade, utilizando variáveis de despesas e receitas financeiras e não financeiras. Neste caso, o modeloSBMfoi apontado como a técnica adequada para avaliar a

eficiência. O autor afirma ainda que os indicadores financeiros, normalmente utilizados pelo mercado, não são capazes de discriminar a eficiência dos bancos (Avkiran, 2011). Neste estudo, o autor comparou os resultados obtidos por nove modelos DEA e a pesquisa concluiu que o modelo SBM é o mais adequado, mesmo quando comparado aos modelos CCR e BCC, afirmando que o modelo SBM é capaz de apresentar maior discriminação entre as DMUs (Avkiran, 2011).

Zinková (2014) analisou a eficiência técnica e a super-eficiência de uma amostra representativa de instituições bancárias comerciais na Eslováquia. Neste estudo foram aplicados o modelo CCR, o modelo SBM de Tone (2001) e o modelo supereficiente de Tone (2002). De acordo com os resultados, o banco Komerční, uma sucursal bancária estrangeira, foi considerado uma instituição bancária supereficiente operando com retornos variáveis à escala em 2012 na República Eslovaca.

Erasmus e Makina (2014), aplicaram DEA para analisar a eficiência dos bancos na África do Sul. Nesse estudo duas optaram em duas modelagens diferentes: padrão e alternativa. A modelagem padrão tem como premissa a programação linear. Já o modelo alternativo usa pesos não-lineares das médias para produzir um relacionamento log-linear entre as variáveis relevantes tornando, assim, possível o uso directo da programação linear para fins de optimização. Para comparar as duas modelagens os autores aplicaram a técnica de DEA em uma amostra de cinco bancos de capital aberto que possuem acções na Bolsa de Valores de Joanesburgo, entre 2006 a 2012. A escolha das variáveis de saída e entrada baseou-se na abordagem da intermediação financeira, que considera que as instituições financeiras têm como objetivo primário a intermediação financeira interligando os poupadores aos tomadores. Nesse âmbito, as variáveis de saída/output foram: empréstimos e obrigações; receitas não financeiras. Já as variáveis de entrada/input foram: depósitos; outros passivos; património líquido, custos com pessoal, despesas não financeiras, imobilizado. Os resultados mostraram que aplicando a modelagem padrão na comparação de eficiência entre os cinco bancos em análise, dois deles apresentaram eficiência 100% em todo o período analisado. Por outro lado, a modelagem alternativa foi usada e, três dos cinco bancos apresentaram a eficiência de 100% no período de 2006 a 2012. Além disso, o nível de ineficiência dos bancos que ficou de fora da fronteira da eficiência, foi reactivamente maior na modelagem padrão do que o alternativo.

Eken e Kale (2011), na República da Turquia, estudaram a eficiência relativa de agências bancárias com recurso a metodologia de DEA. Esse estudo teve como objectivo medir a eficiência e melhoria

de capacidades de agências bancárias, identificando suas forças e fraquezas. Outro objectivo foi investigar a eficiência, separadamente, pela abordagem da produção e da rentabilidade das agências, com o intuito de revelar suas características de performance.

Os autores dividiram a amostra em duas categorias: produção e rentabilidade. Para a categoria produção foram escolhidas oito saídas/outputs (Depósitos a vista; Depósitos a Prazo; Depósitos de câmbio à vista; Depósitos de câmbio a prazo; Empréstimos comerciais; Crédito ao consumidor; Número total de transações; Receitas não financeiras) e três entradas/inputs (despesas com pessoal; despesas operacionais; Perdas com empréstimos).

Para a categoria rentabilidade foram escolhidas duas saídas/outputs: Receita Líquida de Juros; Receitas não financeiras) e três entradas/inputs (despesas com pessoal; despesas operacionais; perdas com empréstimos). Os resultados mostraram que tanto a categoria produção quanto a categoria rentabilidade, quando agrupadas pelo tamanho e pela região, apresentaram características de eficiência semelhantes e uma tendência similar. Em ambas as análises (Produção e Rentabilidade), é evidente que o tamanho da instituição e eficiência de escala estão relacionados uns com os outros. Especificamente em relação ao tamanho, os autores mencionam que com o aumento do tamanho da DMU ocorre um aumento da eficiência até um limite de produtividade, sendo que a partir desse limite, mesmo que ocorra um aumento no tamanho da DMU, ocorre um decréscimo na eficiência.

Al-Shammari et al., (2014), aplicaram DEA para analisar a eficiência de bancos listados na Bolsa de Valores do Bahrein, para identificar quais estão localizados na fronteira da eficiência. Além disso, os autores exploram, para aqueles bancos que apresentaram algum grau de ineficiência, os factores que impediram alcançar a eficiência total.

Foram recolhidos dados contabilísticos, em uma amostra de sete bancos comerciais, entre 2008 a 2012. A análise por envoltória de dados foi aplicada por meio do modelo CCR orientado a inputs. Para escolha das variáveis inputs e outputs os autores se valeram da existência de duas abordagens de estudo principais que as instituições financeiras se enquadram, no que se refere a aplicação da análise envoltória de dados: intermediação e produção.

A primeira abordagem, intermediação, entende que o banco é um veículo financeiro que toma emprestados recursos dos clientes para emprestá-lo aos tomadores de empréstimos, para auferir

lucro. Nesse caso, os outputs dos bancos são os empréstimos e os inputs são os diferentes custos destes fundos tais como: despesas com juros, mão-de-obra, capital e custos operacionais. A segunda abordagem, produção, trata o banco como uma instituição financeira que usa o capital e o trabalho para produzir empréstimos e realizar serviços de gestão de contas de depósito.

Nesse sentido, os autores optaram por realizar uma análise voltada para a abordagem de produção. Os outputs escolhidos foram empréstimos líquidos, receita de Juros, enquanto que os inputs foram: depósitos totais, despesas administrativas e patrimônio líquido total.

Os resultados mostraram que nos anos 2008 e 2009, três dos sete bancos comerciais analisados apresentaram eficiência máxima. Nos anos 2010 e 2011, dos três bancos que tinham apresentado eficiência máxima em 2008 e 2009, apenas dois bancos permaneceram eficientes. Em 2012, também teve dois bancos eficientes, sendo que um deles ainda não tinha aparecido nos anos anteriores. Ou seja, apenas um mesmo banco permaneceu eficiente nos quatro anos da análise. Por fim, os autores identificaram quais inputs deveriam ser reduzidos para atingir a eficiência e quais outputs deveriam ser aumentados para, da mesma forma, atingir a eficiência dos bancos ineficientes.

David, Isaac e Koye (2017) investigaram o desempenho dos bancos de depósito de dinheiro na Nigéria durante o período de três anos antes e depois da consolidação de 2004–2005. Usando DEA, verificou-se que os bancos pequenos têm a tendência de ser mais eficientes em termos de custos do que os bancos médios e grandes. Entretanto, os bancos médios apresentaram tendência a ser mais eficientes em termos de custos do que os grandes bancos, enquanto os grandes bancos normalmente lideraram na pontuação de eficiência em termos de custos no período pós-consolidação. A eficiência de custos dos bancos foi a mais elevada durante toda a consolidação, acompanhada pela ajuda da pré-consolidação e pelo menos 3 anos após a consolidação.

Worimegbe e Benneth (2019) aplicaram a DEA para avaliar a influência da eficiência das instituições financeiras no desempenho dos bancos de depósito de dinheiro da Nigéria. Utilizando uma amostra de quinze bancos, descobriram que os bancos internacionais são mais eficientes em termos de eficiência operacional em relação aos bancos regionais e nacionais. Além disso, os bancos internacionais são mais eficientes em termos de lucros em relação aos bancos regionais e nacionais.

Nabilah e Al Arif (2022) aplicaram a DEA para analisar a eficiência dos bancos islâmicos. Neste estudo, além de determinar o nível de eficiência dos bancos, os autores procuraram, através de um modelo de regressão, diferença em diferença (DID), compreender o impacto da política de spin-off e outros fatores que afectam o nível de eficiência dos bancos.

Boubaker et al., (2022) aplicaram DEA inversa para avaliar o desempenho e a eficiência de 49 bancos islâmicos em 10 países durante o período da pandemia da COVID-19 (2019-2020), para avaliar como estes bancos podem preservar o seu desempenho e permanecer resilientes após a pandemia.

Ben Lahouel et al., (2022) aplicaram a combinação do sistema de classificação CAMELS e DEA para calcular a estabilidade financeira dos bancos europeus após a crise financeira global e durante a implementação das regras de liquidez de Basileia III.

Amirteimoori et al., (2023) aplicaram DEA para medir a elasticidade de escala num conjunto de 71 bancos indianos durante um período de oito anos (1998-2005). Wu et al., (2023), aplicaram DEA e Regressão Tobit para analisar o impacto da liberalização das taxas de juro na eficiência de 27 bancos comerciais na China entre 2006 e 2020. Marlina et al. (2023) aplicaram a DEA *Window Analysis* para medir o nível de eficiência dos bancos islâmicos na Indonésia entre 2011-2016.



### 2.3.Data Envelopment Analysis

Data Envelopment Analysis (DEA) ou Análise Envoltória de Dados, foi desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes (CCR) (Charnes et al., 1978) sob a suposição de retornos constantes de escala (*Constant Return to Scale*-CRS) e posteriormente modificada por Banker, Charnes e Cooper (BCC) sob a suposição de retornos variáveis à escala (*Variable Return to Scale* -VRS) em 1984 (Banker et al., 1984). DEA é uma técnica não paramétrica, que usa a programação matemática (programação linear) para medir a eficiência relativa de entidades homogêneas que consomem múltiplos inputs para produzir múltiplos outputs. Essas entidades, na literatura de DEA, são designadas de *Decision Making Units* (DMU), e podem ser, bancos, indústrias, hospitais, etc. Em outras palavras, DEA é uma técnica não paramétrica que usa a programação linear para medir a eficiência relativa de uma DMU construindo um índice global de eficiência que resulta da comparação da quantidade de recursos usados (*inputs*) com a quantidade de bens produzidos ou serviços prestados (*outputs*).

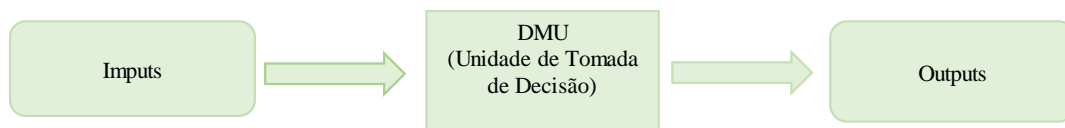


Figura 1-Transformação de inputs em outputs pelas unidades de decisão

As ideias básicas de DEA foram desenvolvidas baseando-se no trabalho pioneiro do economista Farrell (1957). Segundo Farrell, as ineficiências de uma unidade podiam ser decompostas em duas componentes exaustivas e mutuamente exclusivas: a eficiência técnica e a eficiência de preço, posteriormente consagrada como *allocative efficiency*, como referido por Thanassoulis (2001). Esta separação entre dois níveis de eficiência constituiu um avanço face aos conceitos existentes e que eram utilizadas na época: produtividade do trabalho e índices de eficiência. Farrell utilizou dados do sector agrícola nos Estados Unidos da América (EUA) para demonstrar as suas formulações. A metodologia foi mais tarde desenvolvida por Charnes *et al.*, (1978) tendo sido, no artigo intitulado de *Measuring Efficiency of Decision Making Units*, que o termo DEA surge pela primeira vez. O modelo então desenvolvido ficou conhecido como Modelo CCR, em homenagem às iniciais dos seus autores. Este modelo de avaliação de desempenho surgiu para o estudo de um programa público de educação, onde era impossível aplicar metodologias tradicionais, pois estas não

permitiam a consideração simultânea de múltiplos *inputs* e *outputs* e exigiam a valorização monetária dos parâmetros.

Conforme mencionado, as DMUs podem ser empresas ou partes delas, entidades com ou sem fins lucrativos. Como exemplo de unidades de análise utilizadas pelos investigadores na aplicação do DEA é possível encontrar departamentos de empresas, agências bancárias, agências de seguros, organismos públicos, pessoas, entre outros. Essa análise da eficiência das DMUs é efectuada através de um índice de eficiência, que é um rácio entre a soma ponderada dos *outputs* e a soma ponderada dos *inputs*, sendo os pesos de cada *input* e *output* as variáveis do próprio modelo, que procura maximizar o índice de eficiência relativa (Charnes et al., 1978).

De acordo com Ramanathan (2003), o desempenho das DMUs é avaliado segundo a metodologia de DEA usando o conceito de eficiência ou produtividade, que é a razão entre o total de produtos e o total de recursos. As eficiências estimadas utilizando DEA são relativas, ou seja, relativas à DMU com melhor desempenho. A DMU com melhor desempenho recebe uma pontuação de eficiência igual a 1 ou 100%, e o desempenho das demais DMUs varia entre 0 e 100%. Como mencionado anteriormente, a medida de eficiência utilizada na DEA é a razão entre o total de produtos (*outputs*) e o total de recursos (*inputs*), conforme a equação (Ramanathan, 2003):

$$Eficiência = \frac{Output}{Input} \quad (1)$$

A suposição básica por trás do cálculo da eficiência relativa é: “se uma DMU pode produzir *Y* unidades de produção usando *X* unidades de recursos, então outras DMUs podem fazer o mesmo se estiverem a operar de forma eficiente.”

Formalmente, considere-se *n* DMUs homogêneas, cada produz *s* *outputs* utilizando *m* *inputs*. De forma específica, cada DMU<sub>*j*</sub> (*j*=1,2,...,*n*) produz a quantidade *Y<sub>ij</sub>* do *output* *r* (*r*=1,2,...,*s*) utilizando a quantidade *X<sub>ij</sub>* do *input* *i* (*i*=1,2,...,*m*). *X<sub>io</sub>* e *Y<sub>io</sub>* são, as quantidades de *input* e *output*, respectivamente, para a DMU<sub>*o*</sub> (*o* ∈ {1,2,...,*n*}). Assume-se que *X<sub>ij</sub>* ≥ 0 e *Y<sub>ij</sub>* ≥ 0, isto é, existe pelo menos um *input* e um *output* para cada DMU, com valores positivos. O modelo CCR orientado

para *inputs*, que permite determinar a eficiência relativa da DMU<sub>o</sub>, é dado pelo modelo de programação linear fracionária (3.2) (Charnes *et al.*, 1978):

$$(FP_o)_{\max_{v,u}} \theta = \frac{u_1 y_{1o} + u_2 y_{2o} + u_3 y_{3o} + \dots + u_s y_{so}}{v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o} + v_3 x_{3o} + \dots + v_m x_{mo}} \quad (2)$$

Sujeito à:

$$\frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + u_3 y_{3j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + v_3 x_{3j} + \dots + v_m x_{mj}} \leq 1 (j = 1, \dots, n) \quad (3)$$

$$v_1, v_2, v_3, \dots, v_m \geq 0 \quad (4)$$

$$u_1, u_2, u_3, \dots, u_s \geq 0. \quad (5)$$

Onde:

$\theta$  = é o valor da eficiência da DMU<sub>o</sub>;

$y_{ro}$  = é o output  $r$  da DMU<sub>o</sub>;

$x_{io}$  = é o input  $i$  da DMU<sub>o</sub>;

$u_r$  = é o peso do output  $y_r$ ;

$v_i$  = é o peso do output  $x_i$ ;

$m$  = é o número de inputs;

$s$  = é o número de outputs.

A restrição (3.3), afirma que, para cada DMU, a razão entre a soma ponderada de outputs pela soma ponderada de inputs, não deve exceder 1. O objectivo é obter pesos  $v_i$  e  $u_r$  que maximizem o valor da eficiência para cada DMU<sub>o</sub>. Todos os pesos associados a inputs e outputs são positivos.

Desta forma, para cada DMU será maximizada uma função de objectivo específico, mantendo-se o conjunto de restrições constantes, uma vez que reflectem as  $n$  DMUs em análise. Assim,  $n$  programas são resolvidos separadamente para determinar a eficiência das  $n$  DMUs. Para cada DMU classificada como ineficiente o DEA identifica um grupo de DMUs eficientes de referência, que

podem funcionar como modelos para aprendizagem. Para cada DMU ineficiente, o DEA identifica também metas para a redução dos recursos a usar e/ou para o acréscimo dos outputs a produzir de modo a que a DMU se torne eficiente.

### **2.1.1. Variáveis na metodologia DEA**

De acordo com Rosado (2008), as variáveis a utilizar na metodologia DEA devem ser cuidadosamente seleccionadas, de modo a reflectir a estratégia e os objectivos da empresa. Esta escolha é importante para o sucesso da aplicação desta técnica. Os inputs correspondem aos recursos utilizados, e os outputs são os bens ou serviços obtidos como resultado do processo de produção.

O DEA é uma metodologia flexível, na medida em que permite que os inputs e os outputs considerados tenham diferentes unidades de medida e permite distinguir entre variáveis que se encontram sob controlo da gestão (discricionárias) ou que, pelo contrário, não são controláveis pela unidade (não discricionárias ou ambientais). Na literatura sobre o DEA o tratamento matemático a dar a estas variáveis não discricionárias vai desde a simples alteração das restrições do problema de programação linear (Banker e Morey, 1986) até à utilização de modelos multi-etapas (Muniz, 2002).

Num modelo de DEA os inputs não controláveis não são minimizáveis, tal como os outputs não controláveis não são maximizáveis. São incluídos nos modelos apenas para assegurar uma comparação justa das tecnologias. Por questões de abrangência e poder explicativo, o ideal seria incluir no modelo de DEA todas as variáveis que influenciem a eficiência das unidades a avaliar e assegurar, simultaneamente, que não existem sobreposições nas variáveis consideradas (Rosado, 2008). No entanto, o número de inputs e outputs a incluir no modelo depende também do número de DMUs que se pretendam comparar. Embora não existe uma regra quanto ao número ideal de inputs e outputs a incluir num modelo de DEA, foram já desenvolvidas heurísticas que podem auxiliar o analista na especificação dos modelos.

Por questões de abrangência e poder explicativo, o ideal seria incluir no modelo de DEA todas as variáveis que influenciem a eficiência das unidades a avaliar e assegurar, simultaneamente, que não existem sobreposições nas variáveis consideradas. No entanto, o número de inputs e outputs a

incluir no modelo depende também do número de DMUs que se pretendam comparar. Não obstante não existir uma regra quanto ao número ideal de inputs e outputs a incluir num modelo de DEA, foram já desenvolvidas heurísticas que podem auxiliar o analista na especificação dos modelos.

Avkiran (1999) e Cooper, Seiford e Tone (2000), referem a necessidade de ter um conjunto de DMUs maior que o produto do número de inputs pelo número de outputs ou um número de DMUs pelo menos três vezes superior à soma do número de inputs e outputs. Segundo Cooper, Seiford e Tone (2000) estas duas regras permitem controlar a questão dos graus de liberdade na resolução do problema de eficiência relativa definido no DEA. O número de graus de liberdade aumenta com o número de DMUs e diminui com o número de inputs e outputs.

Assim sendo, se  $n$  é o número de DMUs,  $m$  o número de inputs e  $s$  o número de outputs, deverá ser cumprido o seguinte requisito (Cooper, Seiford e Tone, 2000):

$$n \geq \max\{m * s, 3 * (m + s)\} \quad (6)$$

### **2.1.2. Orientação para Inputs ou para Outputs**

Os modelos de DEA podem ser orientados para os inputs (*input-oriented*), para os outputs (*output-oriented*) ou não terem uma orientação definida (*non-oriented*). Usando o DEA, uma DMU é classificada como eficiente se conseguir atingir o máximo possível de outputs com uma determinada quantidade de recursos (*output-oriented*) ou se conseguir gastar o mínimo de inputs, produzindo um certo nível de outputs (*input-oriented*). A escolha entre usar um modelo de orientação input ou um modelo de orientação output deve primeiramente reflectir o controlo que o responsável pelas decisões tem sobre cada um dos objectivos (Gonzalez, 2017). Numa fase de recessão e de redução de custos na organização terá mais sentido a orientação input, enquanto numa etapa de crescimento, a orientação output será a indicada.

A Figura 2 ilustra a Eficência Técnica, orientada para inputs.

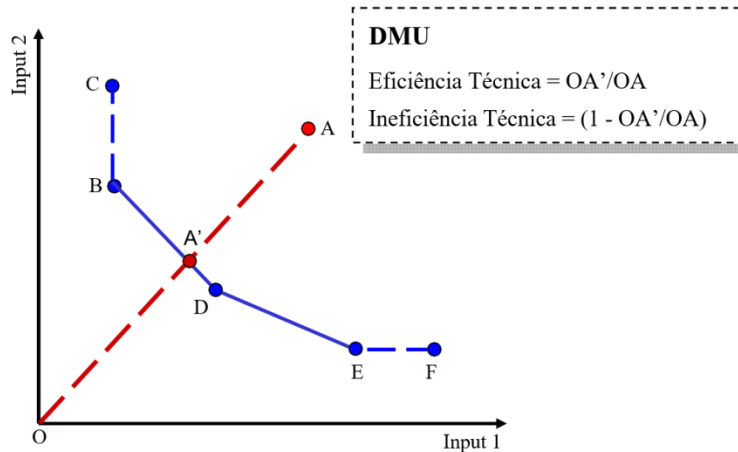


Figura 2- Eficiência Técnica: Orientação Input

Um modelo de orientação input, segundo ilustrado na Figura 2, permite determinar a percentagem pela qual todos os inputs discricionários de uma DMU não eficiente terão de ser reduzidos para que esta se torne eficiente (redução radial). Por outro lado, tal como é ilustrado na Figura 3, um modelo de orientação output permite determinar a percentagem pela qual todos os outputs discricionários de uma DMU não eficiente terão de ser aumentados para que esta se torne eficiente (acréscimo radial). Para além disso, os modelos de DEA permitem também identificar outras reduções ou acréscimos (*slacks* ou folgas) que tenham de ocorrer em alguns inputs e outputs (alterações não radiais) de forma a tornar determinadas DMUs não eficientes em eficientes.

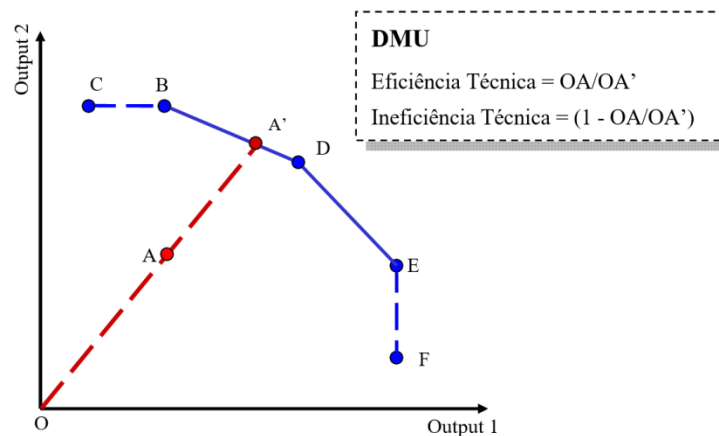


Figura 3- Eficiência Técnica: Orientação Output

A técnica de DEA permite o cálculo de eficiência técnica e alocativa, e permite a decomposição por escala, congestão, e eficiência técnica pura (Fare et al., 1985a). Uma determinada DMU é

tecnicamente eficiente se não houver nenhuma evidência de que é possível reduzir algum dos inputs produzindo o mesmo nível de outputs. É alocativamente eficiente se usar a combinação ótima de inputs, conhecidos os preços dos mesmos, de forma a minimizar os custos.

### **2.1.3. Região admissível e fronteira de eficiência**

Num problema de DEA, a região admissível é definida pelo conjunto que contém todas as correspondências inputs-outputs observadas nas DMUs em análise. Por sua vez, a fronteira de eficiência constitui o limite da região admissível e é composta pelas DMUs consideradas eficientes pelo modelo de DEA. Para construir a fronteira de eficiência são consideradas não só as DMUs observadas e para as quais se dispõe de dados, mas também todas as outras possibilidades obtidas por combinação linear convexa das DMUs eficientes.

Na Figura 4 é possível verificar que a região admissível está limitada por GBCDEF, mas a fronteira eficiente é apenas composta por BCDE. Os pontos limites da região admissível à direita do ponto E e abaixo do ponto B (segmentos que se encontram a tracejado), não fazem parte da fronteira eficiente. Por exemplo, o ponto F é dominado pelo ponto E, porque é possível reduzir o input mantendo o nível de output. Da mesma forma, o ponto G é dominado pelo ponto B, porque é possível aumentar o nível de output mantendo o input. Ou seja, apesar de se encontrarem no limite da região admissível, estas DMUs apresentam folgas. Pode-se também verificar pela análise da Figura 4 que a fronteira de eficiência é formada pelas DMUs cujo índice de eficiência é 1 e cujas folgas são nulas. É de salientar que a fronteira é determinada pelos próprios dados e não por uma percepção empírica do analista.

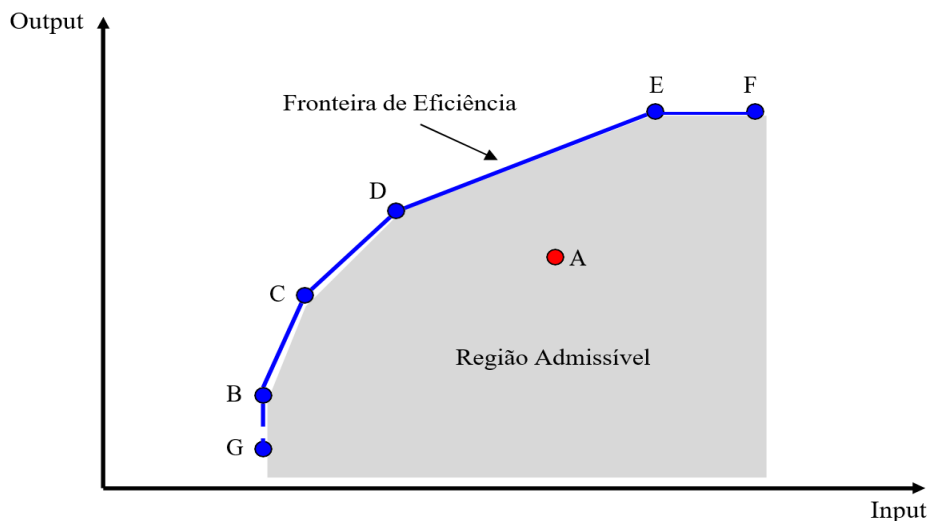


Figura 4- Fronteira de Eficiência e Região Admissível

As DMUs que não se encontram na fronteira de eficiência podem ser projectadas para esta fronteira e assim obter uma melhor relação output/input.

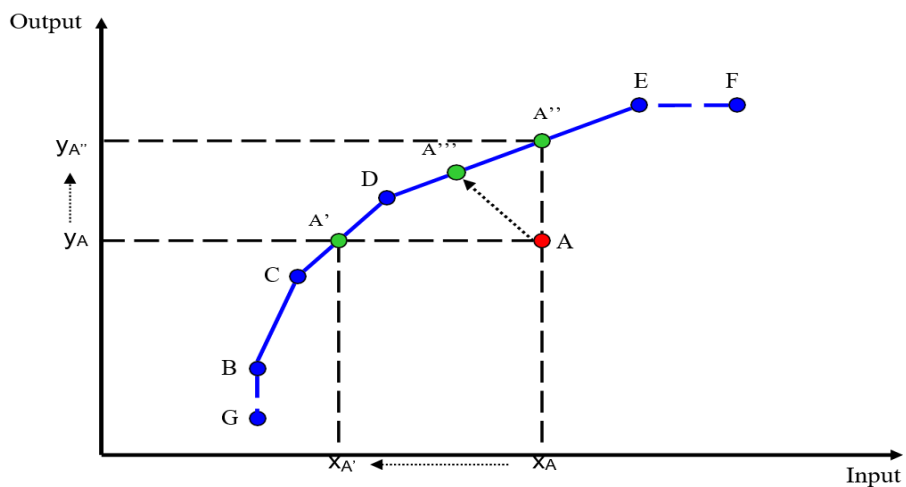


Figura 5- Projecção das DMUs ineficientes para a fronteira de eficiência

No caso da DMU A (Figura 5), considerando o nível de output  $y_A$  é possível reduzir o input  $x_A$  para  $x_{A'}$  (orientação input), ou seja, passar da actual posição para o ponto A' na fronteira de eficiência. Se o modelo de DEA tiver uma orientação output, para o nível de input  $x_A$  é possível obter um nível de output  $y_{A''}$  em vez de  $y_A$  (expansão do output), passando do ponto A para o ponto A''. Existe ainda uma terceira hipótese que é uma combinação dos casos anteriores, passando de A para A''' (modelo não-orientado).



#### 2.1.4. Tipos de Rendimentos de Escalas

Adicionalmente um modelo DEA pode assumir a existência de proporcionalidade entre os inputs e os outputs: rendimentos de escala constantes (*Constant Return to Scale-CRS*). Um modelo CRS assume que alterações no valor dos inputs conduzem a alterações proporcionais no valor dos outputs. Caso este pressuposto não seja válido, deverá usar-se um modelo que assuma rendimentos de escala variáveis (*Variable Return to Scale-VRS*). Num modelo que assume VRS as DMUs são apenas avaliadas em termos da sua eficiência técnica pura com base na sua escala actual. Por comparação dos índices de eficiência obtidos num modelo que assume CRS com os obtidos num modelo que assume VRS, é possível ainda determinar quais as DMUs que trabalham com uma escala óptima (CRS), que poderiam beneficiar de um aumento de escala (*Increase Return to Scale-IRS*) ou que poderiam beneficiar de uma redução de escala (*Decrease Return to Scale-DRS*).

A natureza da ineficiência dos retornos de escala pode ser determinada impondo ao DEA o pressuposto de rendimentos de escala não crescentes (*Non-Increase Return to Scale-NIRS*). Se para uma determinada DMU o resultado da aplicação do pressuposto de eficiência NIRS for igual ao resultado do pressuposto VRS, então a DMU apresenta DRS. Se forem diferentes, existe IRS para a DMU em causa.

Banker et al., (1984) mostrou que no modelo CCR, o qual pressupõe rendimentos de escala constantes, a eficiência técnica pode ser decomposta na multiplicação de uma medida de eficiência técnica pura, obtida através do modelo BCC que assume rendimentos de escala variáveis, por uma medida da eficiência de escala. Ou seja:

$$TE_{o(x,y)}^{CRS} = TE_{o(x,y)}^{VRS} * SE_{o(x,y)} \quad (7)$$

A eficiência de escala para DMU<sub>o</sub> (SE<sub>o</sub>), é obtida usando a seguinte fórmula:

$$SE_{o(x,y)} = TE_{o(x,y)}^{CRS} / TE_{o(x,y)}^{VRS}, \text{ com } SE_{o(x,y)} \leq 1. \quad (8)$$

A eficiência da escala de uma DMU é igual a 1 quando a DMU é CRS eficiente. Se a DMU for VRS eficiente, mas não CRS eficiente, então a sua eficiência de escala é menor que 1, indicando que a DMU não está a operar à escala mais produtiva. Uma revisão detalhada da técnica de DEA pode ser encontrada em Boussofiane et al., (1991), Cooper, Seiford e Tone (2000).

### 2.1.5. Modelos CCR e BCC na forma de Envelope

Após discutir o tipo de orientação dos modelos DEA, os tipos de rendimentos de escala, apresenta-se nessa secção os quatro modelos básicos de DEA, na sua forma de envelope.

#### 2.1.5.1. Modelo CCR orientado para input

O modelo CCR orientado para inputs (CCR-I), é usualmente apresentado na sua forma de “modelo envelope”, cuja expressão apresenta-se a seguir (Cooper, Seiford e Tone, 2000):

$$\theta^* = \min \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (9)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta x_{io} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j - s_i^+ = y_{ro} \quad (r = 1, 2, \dots, s) \quad (11)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

Onde:  $\theta^*$  é o valor óptimo da DMUo;  $s_i^-$  representa excesso de inputs;  $s_i^+$  representa défice de outputs, na literatura são chamados de *slacks* (folgas);  $\lambda_j$  são os valores que permitem determinar o conjunto de referência para as DMUs ineficientes;  $\varepsilon > 0$  é um valor positivo muito pequeno que qualquer número real (*non-Archimedean*), geralmente considera-se  $\varepsilon = 10^{-6}$  (Cooper, Seiford e Tone, 2000).

**Definição 1 (CCR-Eficiente, Eficiência Radial, Eficiência Técnica):** Se a solução óptima ( $\theta^*$ ,  $\lambda^*$ ,  $s^{-*}$ ,  $s^{+*}$ ) do modelo (3.9) satisfaz  $\theta^*=1$  e todas as folgas são nulas ( $s^{-*}=0$ ,  $s^{+*}=0$ ) então a DMU é chamada de CCR-Eficiente.

#### 2.1.5.2. Modelo CCR orientado para output

O modelo CCR orientado para outputs (CCR-O), na sua forma de “modelo envelope”, é dado por (Cooper, Seiford e Tone, 2000):

$$\phi^* = \max \phi + \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (13)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{io} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j - s_i^+ = \phi y_{ro} \quad (r = 1, 2, \dots, s) \quad (15)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

**Definição 2.** Se  $\phi^* = 1$ ,  $s_i^{-*} = s_r^{+*} = 0$  então a DMU<sub>o</sub> é eficiente.

#### 2.1.5.3. Modelo BCC orientado para inputs

O modelo BCC orientado para inputs (BCC-I), difere do modelo (3.9), pela adição da restrição  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ , a chamada condição de convexidade, cuja expressão é dada por (Cooper, Seiford e Tone, 2000):

$$\theta^* = \min \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (17)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta x_{io} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j - s_i^+ = y_{ro} \quad (r = 1, 2, \dots, s) \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (20)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (21)$$

#### 2.1.5.4. Modelo BCC orientado para outputs

Por sua vez, o modelo BCC orientado para outputs é dada por (Cooper, Seiford e Tone, 2000):

$$\phi^* = \min \phi + \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (22)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{io} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j - s_i^+ = \phi y_{ro} \quad (r = 1, 2, \dots, s) \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (25)$$

$$\lambda_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n) \quad (26)$$

O grupo de referência, para uma DMU<sub>o</sub> ineficiente é definido pelo conjunto  $E_o = \{j: \lambda_j > 0\}$  ( $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ ). A solução óptima (projectção de melhoria) pode representar-se por:

$$x_o = \sum_{j \in E_o} x_j \lambda_j^* \quad (27)$$

$$y_o = \sum_{j \in E_o} y_j \lambda_j^* \quad (28)$$

**Definição 3 (BCC-Eficiente):** Se qualquer solução óptima  $(\theta_B^*, \lambda^*, s^-, s^{+*})$  satisfaz  $\theta_B^* = 1$  e todas as folgas são nulas ( $s^- = 0, s^{+*} = 0$ ) então a DMU é BCC-Eficiente. Caso contrário a DMU é ineficiente.

Os modelos CCR e BCC orientados para outputs, apresentam o valor da eficiência maior ou igual a 1, sendo que uma DMU é eficiente se o seu valor de eficiência for igual a 1 e todas as folgas iguais a zero.

### 2.1.6. Modelos baseados em folga (Slack-Based Measure-SBM)

Tone (2001) propôs o modelo baseado em folgas (*Slack Based Measure- SBM*), que é a base para a formulação do seu modelo de super eficiência. O modelo SBM é um modelo não radial (*non-radial*) e lida directamente com as folgas  $s^-$  e  $s^+$  na função objectivo, o que difere dos modelos radial CCR e BCC. Modelos radial são aqueles em que os inputs são reduzidos na mesma proporção mantendo os outputs (orientado a inputs ou recursos), ou os outputs são aumentados na mesma proporção mantendo constante o nível de inputs (orientados a outputs ou saídas).

Os modelos CCR e BCC, ignoram o excesso de input ( $s^-$ ) ou défice de outputs ( $s^+$ ), o que pode permitir que um banco seja classificada de eficiente quando na realidade não é. Este problema pode ser evitado com os modelos não radial, como é o caso do modelo SBM (Gonzalez, 2017). O modelo SBM retorna um valor de eficiência entre 0 e 1. A DMU<sub>o</sub> é eficiente se e somente se  $\rho =$

1(todas as folgas  $s^-$  e  $s^+$  são nulas). É possível provar que, o valor de  $\rho$  é sempre inferior ou igual ao correspondente valor do modelo CCR orientado para input.

Este modelo, diferentemente dos modelos CCR e BCC, estima uma eficiência não radial. Seja dado uma DMU( $x_o, y_o$ ) para estimatar o valor da eficiência usa-se, o seguinte modelo de programação fracionária em  $\lambda, s^-$  ve  $s^+$ (Cooper, Seiford e Tone, 2000):

$$(SBM) \quad \min \quad \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_i^m s_i^- / x_{io}}{1 + \frac{1}{s} \sum_r^s s_r^+ / y_{ro}} \quad (29)$$

Sujeito à:

$$x_o = X\lambda + s^- \quad (30)$$

$$y_o = Y\lambda - s^+ \quad (31)$$

$$\lambda \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0 \quad (32)$$

A DMU<sub>o</sub> é eficiente se e somente se  $\rho = 1$ (todas as folgas  $s^-$  e  $s^+$  são nulas). Mais detalhes sobre o modelo SBM, orientação e suas propriedades podem ser encontrados em Cooper, Seiford e Tone (2000).

### 3. MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1. Material

##### 3.1.1. População, amostra e fonte de dados

A população em estudo é constituído por 20 bancos ou instituições financeiras que operaram em Moçambique em 2022. Para atingir estes objectivos de DEA, a selecção de variáveis e dados é crucial. Os dados utilizados neste estudo são de natureza secundária, pois foram obtidos partir de relatórios financeiros dos bancos. Durante o período seleccionado para o estudo, foi difícil ter acesso através dos relatórios financeiros a informação necessária, através dos sites dos bancos. Por esta razão, foram consultados os relatórios de pesquisa do sector bancário, da Associação Moçambicana dos Bancos, através do site: <https://www.amb.co.mz>, e desta forma foi possível completar a base de dados.

Durante este processo e porque nem todos os bancos tinham informação completa, foi possível encontrar informação sobre 16 bancos. Portanto, a amostra do estudo é constituída por dados de 16 bancos moçambicanos. A Tabela 1 apresenta a informação de 16 bancos seleccionados no estudo, o ano de início de suas actividades e a abreviatura do nome utilizado.

*Tabela 1- Lista de bancos seleccionados para o estudo*

i	Nome do banco	Ano de início	Abreviatura
1	BIM - Banco Internacional de Moçambique, SA	1995	BIM
2	Banco Comercial e de Investimentos, SA	1996	BCI
3	Standard Bank, SA	1967	SB
4	Absa Bank Moçambique, SA	1977	ABSA
5	Banco Nacional de Investimento, SA	2011	BNI
6	FNB Moçambique, SA	2007	FNB
7	First Capital Bank, SA	2013	FCB
8	Moza Banco, SA	2008	MOZA
9	Banco Único, SA/NEDBANK	2011	NEDBANK
10	Banco Mais	2016	MAIS
11	Access Bank Mozambique	2019	ACCESS
12	Banco Letshego, SA	2011	LETSHEGO
13	United Bank for Africa Moçambique, SA	2010	UBA
14	Société Générale Moçambique, SA	1999	SGM
15	Socremo Banco de Microfinanças, SA	1998	SOCREMO
16	BAYPORT Serviços Financeiros	2012	BAYPORT

### 3.1.2. Variáveis seleccionadas

Uma das dificuldades na utilização da técnica DEA diz respeito à selecção das variáveis input e output que alimentarão o modelo. A dificuldade reside no facto de, dependendo da escolha das variáveis o modelo poder oferecer resultados diferentes, podendo mesmo não ser representativo do sector a que pertence, e o sector bancário não é excepção. No sector bancário existem determinados indicadores contabilísticos e económicos que visam determinar uma maior capacidade de intermediação financeira, produção de serviços bancários, contratos, relações internacionais, entre outros. Carvalho et al., (2016) afirmam que não há consenso entre os estudiosos sobre que tipo de variáveis devem ser utilizadas para analisar o sector bancário.

No entanto, no que diz respeito às variáveis input e output apropriadas que o modelo DEA utilizará para os bancos, conforme afirmado em vários estudos, foram desenvolvidas quatro abordagens principais para definir a relação input-output no comportamento das instituições financeiras: abordagem de intermediação, abordagem de produção, abordagem de activos e abordagem do lucro (Zimková, 2014). Por exemplo, a abordagem da intermediação assume que o principal objectivo dos bancos é converter depósitos em empréstimos, e a abordagem da produção centra-se nos serviços que os bancos prestam aos seus clientes.

Neste estudo fez-se a análise, tendo em conta a abordagem de intermediação financeira, que assume que o principal objectivo dos bancos é converter depósitos em empréstimos. Consistente com esta abordagem, as variáveis apresentadas na Tabela 2 foram seleccionadas com base em outros estudos consultados e informações de relatórios financeiros dos bancos moçambicanos.

*Tabela 2-Variáveis seleccionadas para o estudo*

<b>Inputs</b>	<b>Outputs</b>
Activos totais	Créditos (Empréstimos)
Custos operacionais	Resultado Líquido
Depósitos	

Na Tabela 3 apresenta-se os dados utilizados para a análise da eficiência dos bancos usando a metodologia DEA.



Tabela 3-Activos Totais, Depósitos, Custos Operacionais, Empréstimos e Resultado Líquido dos Bancos

Bancos	Activos Totais (MT)	Depósitos (MT)	Custos Operacionais (MT)	Resultado Líquido (MT)	Empréstimos (MT)
BIM	192,429,780.00	152,176,000.00	7,651,301.00	6,928,225.00	42,800,908.00
BCI	202,700,253.00	158,848,079.00	8,620,792.00	8,078,112.00	70,718,796.00
STANDARD	157,609,162.95	118,462,651.97	8,372,704.98	6,846,253.74	40,813,441.13
ABSA	66,176,048.00	52,571,875.00	4,141,984.00	1,022,696.00	26,835,180.00
BNI	11,175,711.87	641,339.10	522,023.83	208,621.47	5,710,532.01
FNB	20,592,538.00	16,737,090.00	2,309,373.00	197,397.00	4,528,710.00
FCB	12,645,371.45	9,629,209.76	623,039.73	705,568.35	5,405,706.16
MOZA BANCO	47,676,365.00	35,397,414.00	3,378,030.00	90,138.00	21,780,971.00
NEDBANK	31,018,417.00	24,524,496.00	1,837,209.00	676,684.00	12,151,397.00
MAIS	3,267,597.88	1,843,618.96	210,251.69	179,468.62	1,450,624.71
ACCSESS	17,330,574.00	13,712,497.00	1,849,539.00	55,878.00	5,249,432.00
LETSHEGO	11,858,593.00	2,837,030.00	814,190.00	721,307.00	10,206,210.00
UBA	9,510,818.00	6,622,730.00	363,929.39	434,076.06	1,583,792.00
SGM	13,782,804.00	10,051,791.00	869,218.94	524,894.00	5,471,255.00
SOCREMO	1,973,054.00	1,087,463.00	402,470.79	13,239.00	1,209,254.00
BAYPORT	19,602,882.00	5,040,837.00	3,790,174.04	656,207.00	17,037,038.00
Activos Totais [A]					
Depósitos [D]					
Custos Operacionais [C]					
Resultado Líquido [L]					
Crédito a clientes (Empréstimos [E])					

### 3.2.Métodos

#### 3.2.1. Modelos CCR e BCC orientados a inputs

Para medir a eficiência, conforme mencionado foi aplicado a técnica de Análise Envoltória de Dados, que foi desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes (CCR) (Charnes et al.,1978) sob suposição de retornos constantes de escala, e mais tarde modificada por Banker, Charnes e Cooper (BCC), sob suposição de retornos variáveis de escala (Banker et al., 1984). Concretamente, Análise Envoltória de Dados, é uma técnica não paramétrica, que usa a programação matemática (programação linear) para medir a eficiência relativa de unidades homogêneas, que consomem múltiplas entradas (inputs) para produzir múltiplas saídas (outputs).

Neste estudo, para resolver o problema, foram aplicados os modelos básicos (também conhecidos por modelos clássicos) de Análise Envoltória de Dados, nomeadamente, modelos CCR e BCC, orientados a inputs (entradas), apresentado na forma de modelo envelope conforme a Tabela 4.

Tabela 4-Modelos utilizados para determinar a eficiência dos bancos

Modelo CCR orientado a inputs	Modelo BCC orientado a inputs
$\theta^* = \min \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$	$\theta^* = \min \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$
Sujeito à:	Sujeito à:
$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta x_{io} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$	$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta x_{io} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$
$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j - s_i^+ = y_{ro} \quad (r = 1, 2, \dots, s)$	$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j - s_i^+ = y_{ro} \quad (r = 1, 2, \dots, s)$
$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j - s_i^+ = y_{ro} \quad (r = 1, 2, \dots, s)$	$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$
	$\lambda_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$

Se a solução óptima  $(\theta^*, \lambda^*, s^{*-}, s^{*+})$  dos modelos acima satisfazem  $\theta^*=1$  e todas as folgas são nulas ( $s^{*-}=0, s^{*+}=0$ ) então a DMU é eficiente.

### 3.2.2. Modelos Baseados em Folga (SBM)

Além dos modelos básicos de DEA (CCR e BCC), aplicou-se o modelo baseado em folga (Slack-Based Measure-SBM), que oferece vantagem, especialmente quando se trata de medir a eficiência com maior precisão. Este modelo mede a ineficiência de forma directa, considerando tanto os excessos de inputs e défice de outputs, o que proporciona uma avaliação mais detalhada da ineficiência. A eficiência do estimada pelo modelo SBM é dado pelo modelo de programação fracionária em  $\lambda, s^-$  e  $s^+$  (Cooper, Seiford e Tone, 2000):

$$(SBM) \quad \min \quad \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_i^m s_i^- / x_{io}}{1 + \frac{1}{s} \sum_r^s s_r^+ / y_{ro}} \quad (33)$$

Sujeito à:

$$x_o = X\lambda + s^- \quad (34)$$

$$y_o = Y\lambda - s^+ \quad (35)$$

$$\lambda \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0 \quad (36)$$

Na aplicação de DEA para medir a eficiência, é necessário considerar vários princípios, para além de valores positivos das variáveis input e output. Primeiro, a “regra de ouro”, para alcançar um nível razoável de discriminação entre DMUs, o número  $n$  de DMUs deve ser no mínimo três vezes a soma de inputs e outputs, isto é, se  $m$  é o número de inputs e  $s$  o número de outputs, então  $n \geq \max\{mxs; 3x(m+s)\}$  (Cooper, Seiford e Tone, 2000). Segundo, as variáveis inputs devem ser independentes uma das outras, assim como as variáveis outputs. Terceiro, deve existir uma correlação positiva entre as variáveis inputs e outputs. Todos esses pressupostos foram analisados e validados para o presente estudo. Relativamente a escolha das variáveis, estas devem ser cuidadosamente seleccionadas, reflectindo a estratégia e os objectivos da empresa.

Os dados foram analisados com auxílio dos softwares R e *Efficiency Measurement System* (EMS).

#### **4. RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Neste capítulo são apresentados os principais resultados do estudo, com base na metodologia proposta. Primeiramente faz-se uma análise descritiva das variáveis com base em algumas estatísticas descritivas, nomeadamente, valor mínimo, valor máximo, a média e o desvio padrão

(DP). Em seguida, analisa-se a eficiência dos bancos, com base nos modelos básicos de DEA (CCR e BBC) e modelo baseado em folgas.

#### 4.1. Análise descritiva das variáveis

A análise descritiva das variáveis selecionadas revela uma grande variabilidade nos indicadores da indústria financeira moçambicana, conforme ilustrado na Tabela 5.

*Tabela 5-Estatísticas Descritivas da Variáveis (valores em MT)*

Variáveis	N	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão
Activos Totais	16	1973054.00	202700253.00	51209373.13	68528536.18
Depósitos	16	641339.10	158848079.00	38136507.61	54476796.67
Custos Operacionais	16	210251.69	8620792.00	2859764.46	2939277.075
Resultado Líquido	16	13239.00	8078112.00	1708672.83	2792334.29
Créditos a clientes	16	1209254.00	70718796.00	17059577.94	19536059.41

Pela Tabela 5, pode observar-se que, o total de activos apresenta amplitude elevada, com valores que variam entre 1,97 milhões de MT a mais de 202 milhões de MT, o que sugere uma diferença entre as instituições financeiras, reflectindo diferentes tamanhos e escalas de operação. A média dos activos totais do sector é de 51,21 milhões de MT. Analisando o desvio padrão dos activos totais (DP=68,53 milhões de MT), pode afirmar-se que existem bancos com activos maiores que a média, o que pode indicar a presença de instituições dominantes no sector.

Os depósitos também exibem uma alta variabilidade, com uma média de 38,14 milhões de MT, inferior ao valor máximo, o que pode apontar para uma concentração de depósitos em poucos bancos ou uma diferença no comportamento de captação entre as instituições.

Os custos operacionais mostram uma média de aproximadamente 2,86 milhões de MT, mas com um desvio padrão de 2,94 milhões de MT, sugerindo que algumas instituições têm custos operacionais altos em relação a outras, o que pode reflectir diferenças na eficiência operacional ou em modelos de negócio.

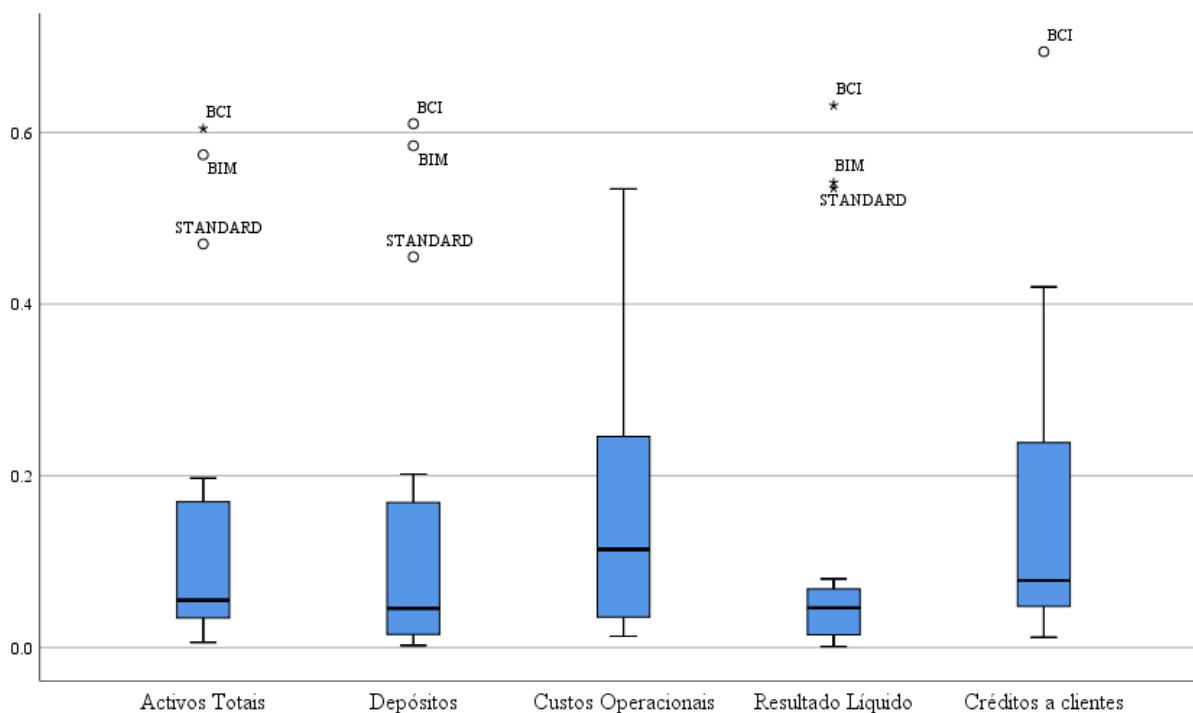
O resultado líquido médio do sector é de 1,71 milhões de MT com um desvio em relação a média de 2,79 milhões de MT, e uma amplitude elevada, o que sugere que enquanto alguns bancos podem ter lucros muito elevados, outros apresenta resultados mais modestos.

Em relação a créditos à clientes (empréstimos), a média do sector é de 17,06 milhões de MT, mas com um desvio padrão elevado (DP=19,54 milhões de MT), o que sugere uma grande diferença na concessão de empréstimos aos clientes nas instituições financeiras moçambicanas. Essas variações nas variáveis financeiras apontam para um sector bancário com diferenças entre instituições, o que pode influenciar a estabilidade e a competitividade no sector como um todo.

A análise do boxplot (Figura 6) revela que a variável custo operacional apresenta o comprimento maior, o que indica elevada variabilidade entre os bancos em termos de gastos operacionais, ou seja, que alguns bancos enfrentam desafios significativos na gestão de custos, possivelmente devido a ineficiências ou a investimentos em tecnologias e serviços que visam melhorar a competitividade no sector. Por outro lado, a variável crédito a clientes tem um comprimento intermediário, o que reflecte diferenças nas estratégias de concessão de crédito e no perfil de risco que cada banco adopta, o que pode estar relacionado à sua abordagem de mercado.

A variável resultado líquido, com o menor comprimento da caixa, sugere uma maior consistência nos lucros entre as instituições, o que pode indicar um ambiente competitivo em que as margens de lucro estão sendo comprimidas, levando a resultados mais homogêneos. Além disso, a presença de *outliers* para activos totais, depósitos e resultado líquido nos bancos BCI, BIM e Standard Bank indica que esses bancos destacam-se em relação aos demais, possivelmente por estratégias mais agressivas de crescimento ou uma base de clientes mais robusta.

Também, o facto de que o BCI se destaca como *outlier* para a variável créditos a clientes sugere uma abordagem mais ousada na concessão de crédito, o que pode trazer riscos, mas também oportunidades de crescimento. A ausência de *outliers* no custo operacional indica que, enquanto os bancos têm variabilidades em outras áreas, o controlo de custos está, de certa forma, padronizado. Essa análise pode ser útil para que os bancos revisitem suas estratégias, buscando equilibrar custos, concessão de crédito e crescimento sustentável no mercado moçambicano.



*Figura 6-Boxplot das variáveis analisadas*

#### **4.2. Análise de correlações entre as variáveis**

A análise das correlações entre as variáveis selecionadas (vide Tabela 6), revela correlações positivas e estatisticamente significativas, que podem evidenciar a eficiência operacional dos bancos moçambicanos. A correlação positiva e quase perfeita entre activos totais e depósitos ( $r=0,998$ ) sugere que bancos com maiores activos conseguem captar mais depósitos, o que é um indicador de solidez e confiança por parte dos clientes. Essa relação está directamente ligada aos resultados líquidos, que também apresentam uma alta correlação com activos totais ( $r=0,973$ ) e depósitos ( $r=0,966$ ), indicando que o crescimento dos depósitos e activos contribui directamente para a rentabilidade das instituições. Além disso, a forte associação entre activos totais e custos operacionais ( $r=0,954$ ) sugere que a expansão da infraestrutura e das operações bancárias pode acarretar custos adicionais, destacando a necessidade de uma gestão cuidadosa desses recursos.

Por outro lado, as correlações entre depósitos, créditos a clientes e custos operacionais revelam a dinâmica do crédito no contexto bancário. A relação entre depósitos e créditos a clientes ( $r=0,942$ )

indica que a capacidade de um banco em conceder crédito está directamente relacionada à sua base de depósitos, reforçando a ideia de que uma boa captação de recursos é fundamental para a concessão de empréstimos. A correlação entre custos operacionais e resultados líquidos ( $r=0,913$ ) sugere que o controlo eficiente dos custos é crucial para maximizar a rentabilidade, enquanto a associação entre custos operacionais e créditos a clientes ( $r=0,941$ ) indica que o aumento na concessão de crédito pode gerar custos adicionais, que precisam ser geridos com atenção. Em suma, a análise das correlações indica que uma gestão eficaz dos activos e depósitos, aliada a um controlo rigoroso dos custos, é vital para a eficiência e sustentabilidade do sector bancário em Moçambique.

*Tabela 6-Correlações entre as variáveis*

		Activos Totais	Depósitos	Custos Operacionais	Resultado Líquido	Empréstimos
Activos Totais	Pearson Correlation	1	.998**	.954**	.973**	.950**
	Sig. (2-tailed)		0.000	0.000	0.000	0.000
	N	16	16	16	16	16
Depósitos	Pearson Correlation	.998**	1	.944**	.966**	.942**
	Sig. (2-tailed)	0.000		0.000	0.000	0.000
	N	16	16	16	16	16
Custos Operacionais	Pearson Correlation	.954**	.944**	1	.913**	.941**
	Sig. (2-tailed)	0.000	0.000		0.000	0.000
	N	16	16	16	16	16
Resultado Líquido	Pearson Correlation	.973**	.966**	.913**	1	.913**
	Sig. (2-tailed)	0.000	0.000	0.000		0.000
	N	16	16	16	16	16
Empréstimos	Pearson Correlation	.950**	.942**	.941**	.913**	1
	Sig. (2-tailed)	0.000	0.000	0.000	0.000	
	N	16	16	16	16	16

\*\* . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Portanto, a análise das correlações é fundamental para a validação dos resultados da Análise Envoltória de Dados (DEA), que sugere o teste de isotonicidade, para verificar a validade da especificação do modelo, ou seja, se um aumento nos inputs leva a um aumento nos outputs em vez de uma diminuição (ver Jiang e He, 2016; Avkiran, 2006; Adusei, 2016; Hwang, Park e Kim, 2018). Em última análise sugere-se que deve existir uma correlação positiva e estatisticamente significativa entre as variáveis input e outputs, com o verificado na Tabela 6, pressuposto fundamental para a condução satisfatória da técnica DEA.

#### **4.3. Análise da eficiência dos bancos moçambicanos**

Nesta secção, avalia-se a eficiência dos bancos utilizando a técnica de *Data Envelopment Analysis* (DEA). Aplica-se os modelos CCR e BCC, ambos orientados para inputs, para medir o desempenho das instituições financeiras. Além disso, para uma discriminação mais precisa entre bancos eficientes e ineficientes, realiza-se uma análise utilizando modelos baseados em folga (Slack-Based Measure-SBM). Essa abordagem permite identificar não apenas a eficiência relativa, mas também as áreas onde os bancos podem melhorar sua performance.

#### 4.3.1. Resultados dos modelos CCR e BCC

A Tabela 7 apresenta os resultados da análise de eficiência dos bancos moçambicanos para o ano 2022, utilizando os modelos CCR e BCC, ambos orientados a inputs (CCR-I e BCC-I), bem como a relação entre os dois modelos (indicando a eficiência de escala).

*Tabela 7-Valor da eficiência dos bancos, modelos CCR e BCC orientado para inputs, em 2022*

<b>Bancos</b>	<b>CCR-I</b>	<b>BCC-I</b>	<b>CCR/BCC</b>
BIM	0.7846	0.9637	0.8142
BCI	0.8662	1.0000	0.8662
STANDARD	0.7648	1.0000	0.7648
ABSA	0.5168	0.8966	0.5764
BNI	1.0000	1.0000	1.0000
FNB	0.2547	0.2729	0.9330
FCB	1.0000	1.0000	1.0000
MOZA BANCO	0.5307	0.9090	0.5839
NEDBANK	0.5276	0.5800	0.9097
MAIS	0.9199	1.0000	0.9199
ACCESS	0.3509	0.3700	0.9484
LETSHEGO	1.0000	1.0000	1.0000
UBA	1.0000	1.0000	1.0000
SGM	0.6414	0.6482	0.9895
SOCREMO	0.7052	1.0000	0.7052
BAYPORT	1.0000	1.0000	1.0000
<b>Média</b>	<b>0.7414</b>	<b>0.8525</b>	<b>0.8757</b>

O valor de eficiência que é igual a 1 indica que o desempenho dessas instituições é eficiente, caso contrário, não é eficiente. Ao analisar os dados apresentados na Tabela7, observa-se que, de modo



geral, o sector bancário não é eficiente, ou seja, a média da eficiência do sector, pelo modelo CCR-I é de 0,7414 (74,14%) e pelo modelo BCC-I é de 0,8525 (85,25%).

Analisando a eficiência do sector, pelo modelo CCR orientado a inputs (CCR-I), significa que, o sector está a utilizar, em média, 25,86% a mais de recursos (insumos) do que o necessário para produzir o mesmo nível de outputs (resultados). Ou seja, o sector bancário poderia reduzir seus insumos, em média 25,86%, mantendo o mesmo nível de produção, estaria a operar de forma eficiente. Em outras palavras, o sector bancário moçambicano, está a utilizar mais recursos do que o necessário para produzir seus resultados actuais, o que indica ineficiência. O modelo CCR orientado a inputs foca em otimizar (minimizar) os recursos usados para um dado nível de output, e um nível de eficiência de 100% (ou 1) seria o ideal, indicando deste modo, que o sector estaria a operar de forma eficiente sem desperdício de recursos.

Por outro lado, analisando a eficiência dos bancos, pelo modelo BCC, a média da eficiência do sector obtida é de 85,25%, o que significa que, os bancos, em média, utilizam 14,75% a mais dos seus recursos do que o necessário para produzir o mesmo nível de output de forma eficiente. Em outras palavras, para se tornar totalmente eficiente, o sector poderia reduzir seus recursos, em média 14,75%, mantendo pelo menos o mesmo nível de produção. O modelo BCC assume retornos variáveis de escala, o que significa que leva em consideração o facto de que a eficiência de um banco pode variar dependendo do tamanho de suas operações. A média de 85,25% sugere que, quando são considerados os efeitos de escala, os bancos estão mais próximos da eficiência total. Ou seja, em média, esses bancos poderiam reduzir seus inputs em 14,75% para serem totalmente eficientes, levando em conta que diferentes bancos podem operar em diferentes escalas de eficiência. Portanto, essa diferença entre o CCR (74,14%) e o BCC (85,25%) indica que uma parte da ineficiência observada no modelo CCR pode estar relacionada ao facto de alguns bancos não operarem na escala óptima, e não apenas a ineficiências puras na gestão de recursos.

Por sua vez, calculou-se a eficiência de escala, para cada um dos bancos, que mede o quanto os bancos estão a operar próximos à sua escala óptima de produção, que pode ser observada comparando-se os resultados dos modelos CCR e BCC, ou seja, a relação entre a eficiência do modelo CCR e a eficiência técnica do modelo BCC. A média de 87,57% significa que os bancos, em média, estão a operar a 87,57% de sua escala ideal, o que sugere que, para alcançar a eficiência máxima de escala, os bancos teriam que ajustar seu tamanho ou operações para reduzir a distância

de 12,43% entre sua situação actual e a escala óptima, o que implica que, alguns bancos precisariam aumentar ou reduzir a sua escala para operar de forma mais eficiente.

A análise dos resultados do modelo CCR revela que apenas cinco dos 16 bancos alcançaram a eficiência técnica, com um valor de eficiência de 100%. Esses bancos, BNI, FCB, LETSHEGO, UBA e BAYPORT, conseguiram operar de forma eficiente, utilizando os recursos disponíveis da melhor maneira possível para atingir seus níveis de produção. Deste modo, pode afirmar-se que, estes bancos estão na fronteira de eficiência o que reflecte uma gestão eficaz e otimizada dos recursos disponíveis no processo de intermediação financeira.

Por outro lado, os quatro principais bancos do mercado moçambicano, BCI, BIM, Standard Bank e ABSA, não conseguiram atingir a fronteira de eficiência, apresentando índices de eficiência de 86,62%, 78,46%, 76,48% e 51,78%, respectivamente. Esses números indicam que, embora sejam líderes de mercado em termos de volume e presença, ainda há ineficiências na alocação de seus recursos. Esses bancos poderiam melhorar suas operações ao otimizar a utilização de recursos, especialmente considerando que a intermediação financeira, essencial para suas actividades, não foi realizada de maneira ideal. A ineficiência nesse processo pode ter impactos directos na rentabilidade e competitividade.

Os bancos FNB e ACCESS, com os níveis de eficiência mais baixos, 25,47% e 35,09%, respectivamente, estão distantes da fronteira de eficiência, indicando que utilizam muito mais recursos do que o necessário para produzir seus resultados actuais, o que pode sugerir uma gestão de recursos ineficiente, com espaço para melhorias. Para esses bancos, há necessidade de reestruturação, seja através da redução de custos operacionais, seja pelo aprimoramento de processos internos, para que possam se aproximar dos níveis de eficiência observados em outros bancos do sector. Para o caso do modelo BCC-I o número de bancos eficientes aumentou para 9, representando mais da metade dos bancos do sector. A Figura 7 representa a fronteira de eficiência para os dois modelos (CCR-I e BCC-I), mostrando claramente os bancos que atingiram a fronteira de eficiência.

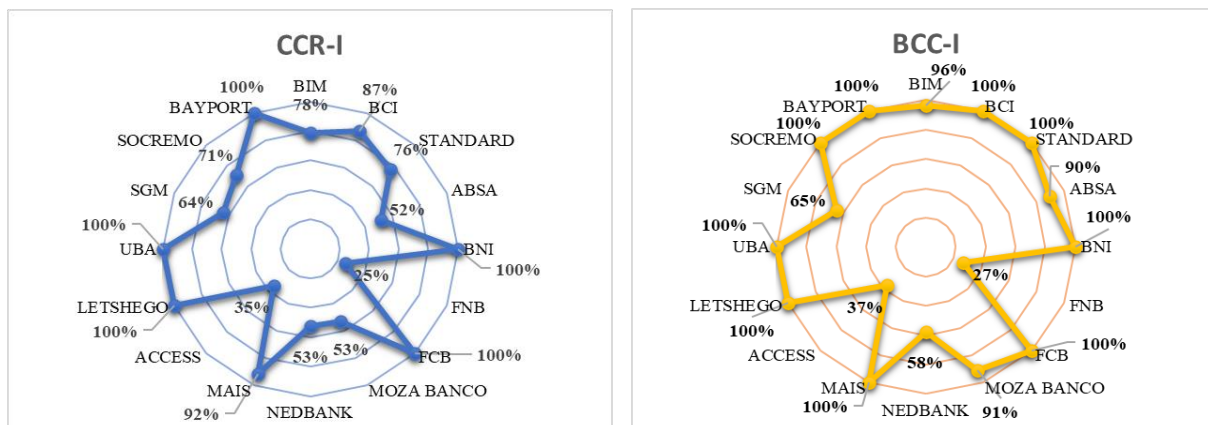


Figura 7-Valores da eficiência dos bancos, modelos CCR e BCC em 2022

Pela análise da Figura 7, nota-se que os bancos BNI, FCB, LETSHEGO, UBA e BAYPORT atingiram a fronteira de eficiência pelo modelo CCR-I e, por outro lado, BCI, Standard Bank, BNI, FCB, MAIS, LETSHEGO, UBA, SOCREMO e BAYPORT alcançaram a fronteira de eficiência pelo modelo BCC-I.

O modelo CCR avalia a eficiência técnica sob a suposição de que o banco opera com retornos constantes de escala, ou seja, a relação entre inputs e outputs é constante, independentemente do tamanho da operação. Assim, o modelo CCR mede tanto a eficiência técnica quanto a eficiência de escala. Se o banco é eficiente no modelo CCR, significa que ele utiliza os seus recursos de forma óptima e também a operar na escala correcta, como são os casos de BNI, FCB, LETSHEGO, UBA e BAYPORT. Por outro lado, o modelo BCC, avalia a eficiência técnica pura, ou seja, quão bem o banco utiliza seus insumos para gerar outputs, sem levar em consideração se ele está a operar na escala adequada.

Como pode observar-se pelos resultados, todo banco eficiente no modelo CCR é obrigatoriamente eficiente no modelo BCC. Outrossim, um banco pode ser ineficiente no modelo CCR porque está operando em uma escala ineficiente, mas ainda ser eficiente no modelo BCC, já que o BCC não leva em conta as ineficiências causadas pela escala. O modelo BCC ajusta a análise para retornos variáveis de escala, o que pode revelar que, na escala em que o banco opera, ele está utilizando os recursos da melhor forma possível, ou seja, o modelo BCC separa os efeitos da escala das ineficiências operacionais.

### 4.3.2. Valores alvos ou projecção de melhoria para bancos ineficientes

Porque DEA é um método de *benchmarking*, os bancos ineficientes podem alcançar a fronteira de eficiência, se tomarem como espelho os bancos eficientes. Tomando os resultados do modelo BCC, que apresentou uma melhor discriminação em relação ao modelo CCR, determinou-se a fronteira de eficiência (valor de eficiência igual a 100%) composta pelos seguintes bancos: BCI,FCB,LETSHEGO, BAYPORT, SOCREMO, Standard Bank, BNI, Banco MAIS, e UBA. Estes nove bancos constitui o *cluster* de referência para o conjunto de outros sete bancos ineficientes. Portanto, o exercício aqui é, projectar os bancos ineficientes, através de boas práticas, para a fronteira de eficiência. Em outras palavras, os bancos eficientes, podem puxar ou envolver (dai o termo “envelope”) os bancos ineficientes para a fronteira de eficiência. Naturalmente, a eficiência aqui mencionada, é uma eficiência relativa, porque é obtida tomando como base os outros bancos.

Os resultados apresentados na Tabela 8, ilustram o grupo de referência e os respectivos pesos ( $\lambda_i$ ), que devem ser considerados, para projecção de valores alvos, para que os bancos ineficientes alcancem a fronteira de eficiência.

Tabela 8-Valores de pesos ( $\lambda_i$ ) do grupo de referência para os bancos ineficientes

Bancos Ineficientes	Bancos Eficientes								
	BCI	FCB	LETSHEGO	BYPORT	SOCREMO	STANDARD	BNI	MAIS	UBA
BIM	0.844	0.156	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ABSA	0.234	0.000	0.406	0.360	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
FNB	0.000	0.000	0.369	0.000	0.631	0.000	0.000	0.000	0.000
MOZA BANCO	0.150	0.000	0.486	0.364	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
NEDBANK	0.032	0.000	0.968	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ACCSESS	0.000	0.000	0.449	0.000	0.551	0.000	0.000	0.000	0.000
SGM	0.000	0.183	0.460	0.000	0.000	0.000	0.000	0.357	0.000

Pela tabela em referência, observa-se que, em 2022, para que o banco BIM alcance a fronteira de eficiência, deve tomar como referencia os bancos BCI e FCB. Isso quer dizer, deve-se considerar os valores actuais das variáveis, dos bancos BCI e FCB, e usar os pesos 0,844 e 0,156. Os pesos aqui foram arredondados a três casas decimais. Este exercício é feito, explorando as expressões (3.27) e (3.28), e obtém-se a seguinte projecção:

**Projeção do banco BIM para a fronteira de eficiência (valores alvos ou metas):**

- i)* Activos Totais:  $202,700,253.00 \times 0.844 + 12,645,371.45 \times 0.156 \approx 173,05$  milhões de MT
- ii)* Depósitos:  $158,848,079.00 \times 0.844 + 9,629,209.76 \times 0.156 \approx 135,57$  milhões de MT
- iii)* Custos Operacionais:  $8,620,792.00 \times 0.844 + 623,039.73 \times 0.156 \approx 7,37$  milhões de MT
- iv)* Resultado Líquido:  $8,078,112.00 \times 0.844 + 705,568.35 \times 0.156 \approx 6,93$  milhões de MT
- v)* Empréstimos:  $70,718,796.00 \times 0.844 + 5,405,706.16 \times 0.156 \approx 60,53$  milhões de MT

Portanto, em 2022, a melhor combinação de inputs e outputs, que o BIM poderia adoptar tendo como referência os bancos BCI e FCB, para que pudesse operar de forma eficiente, é mostrada pelos cálculos efectuados acima. Todos os valores alvos ou metas para outros bancos ineficientes, foram projectadas de forma similar. Estes cálculos foram efectuados usando o software R e organizados na Tabela 9.

Tabela 9-Projecção de metas para os bancos ineficientes (modelo BCC-I)

Bancos	Variáveis	Descrição	Valor Real (MT)	Metas (MT)	Variação	
					Valor	%
BIM	Inputs	Activos Totais	192,429,780	173,057,616	(19,372,164)	↓ -10%
		Depósitos	152,176,000	135,574,587	(16,601,413)	↓ -11%
		Custos Operacionais	7,651,301	7,373,392	(277,909)	↓ -4%
	Outputs	Resultado Líquido	6,928,225	6,928,225	-	▬ 0%
		Créditos a clientes	42,800,908	60,531,990	17,731,082	↑ 41%
ABSA	Inputs	Activos Totais	66,176,048.00	59,333,778.00	(6,842,270)	↓ -10%
		Depósitos	52,571,875.00	40,161,446.50	(12,410,429)	↓ -24%
		Custos Operacionais	4,141,984.00	3,713,723.70	(428,260)	↓ -10%
	Outputs	Resultado Líquido	1,022,696.00	2,420,504.40	1,397,808	↑ 137%
		Créditos a clientes	26,835,180.00	26,835,180.00	-	▬ 0%
FNB	Inputs	Activos Totais	20592538	5620356	(14,972,182)	↓ -73%
		Depósitos	16737090	1732971.4	(15,004,119)	↓ -90%
		Custos Operacionais	2309373	554375.9	(1,754,997)	↓ -76%
	Outputs	Resultado Líquido	197397	274483	77,086	↑ 39%
		Créditos a clientes	4528710	4528710	-	▬ 0%
MOZA BANCO	Inputs	Activos Totais	47,676,365.00	43,336,018.00	(4,340,347.00)	↓ -9%
		Depósitos	35,397,414.00	27,066,086.80	(8,331,327.20)	↓ -24%
		Custos Operacionais	3,378,030.00	3,070,501.90	(307,528.10)	↓ -9%
	Outputs	Resultado Líquido	90,138.00	1,802,273.00	1,712,135.00	↑ 1899%
		Créditos a clientes	21,780,971.00	21,780,971.00	-	▬ 0%
NEDBANK	Inputs	Activos Totais	31,018,417.00	17,990,398.00	(13,028,019.00)	↓ -42%
		Depósitos	24,524,496.00	7,848,868.90	(16,675,627.10)	↓ -68%
		Custos Operacionais	1,837,209.00	1,065,564.40	(771,644.60)	↓ -42%
	Outputs	Resultado Líquido	676,684.00	957,608.90	280,924.90	↑ 42%
		Créditos a clientes	12,151,397.00	12,151,397.00	-	▬ 0%
ACCESS	Inputs	Activos Totais	17,330,574.00	6,412,260.00	(10,918,314.00)	↓ -63%
		Depósitos	13,712,497.00	1,873,124.50	(11,839,372.50)	↓ -86%
		Custos Operacionais	1,849,539.00	587,357.60	(1,262,181.40)	↓ -68%
	Outputs	Resultado Líquido	55,878.00	331,204.40	275,326.40	↑ 493%
		Créditos a clientes	5,249,432.00	5,249,432.00	-	▬ 0%
SGM	Inputs	Activos Totais	13,782,804.00	8,934,342.00	(4,848,462.00)	↓ -35%
		Depósitos	10,051,791.00	3,727,041.80	(6,324,749.20)	↓ -63%
		Custos Operacionais	869,218.94	563,448.40	(305,770.54)	↓ -35%
	Outputs	Resultado Líquido	524,894.00	524,894.00	-	▬ 0%
		Créditos a clientes	5,471,255.00	6,199,169.00	727,914.00	↑ 13%

Pelos resultados apresentados na Tabela 9, olhando para o banco BIM, os resultados sugerem a redução de 11% nos depósitos, 10% nos activos totais e 4% nos custos operacionais, indicando uma ineficiência na alocação e uso dos recursos actuais. O modelo DEA não está a sugerir que o banco adopte a estratégia de reduzir seus depósitos e activos de forma literal, mas sim que, dada a estrutura actual, o banco está a utilizar mais recursos do que seria necessário para atingir o mesmo nível de outputs. Isso revela que o BIM poderia operar com mais eficiência se optimizasse a maneira como utiliza esses recursos. Em vez de captar mais depósitos ou expandir seus activos, a interpretação é que o BIM precisa melhorar a utilização dos recursos já existentes.

Por outro lado, os resultados mostram que, o banco BIM deve manter o mesmo nível de resultado líquido, o que reforça a ideia de que, mesmo com a redução sugerida nos inputs, o banco ainda pode continuar a gerar o mesmo nível de lucro. O foco aqui deve ser em otimizar o uso dos recursos já disponíveis, assegurando que cada depósito e activo seja direccionado de maneira mais estratégica para gerar resultados financeiros. A redução nos custos operacionais em 4% também sugere que há espaço para cortes nas despesas que não afectam diretamente a capacidade do banco de gerar lucros.

Por outro lado, a sugestão do BIM, de aumentar os empréstimos em 41% mostra claramente que o banco precisa ampliar suas operações de crédito. Em vez de captar mais depósitos sem um correspondente aumento nos empréstimos, o banco deve concentrar-se em melhorar a concessão de crédito a clientes, de forma a maximizar o retorno sobre os recursos já captados. Esse aumento no volume de empréstimos permitirá que o banco utilize seus activos e depósitos de maneira mais eficiente, ao mesmo tempo que eleva o nível de resultados, contribuindo para uma operação mais equilibrada e competitiva. Portanto, o foco da estratégia deve estar na expansão da carteira de crédito, o que pode aumentar a eficiência global sem a necessidade de reduzir significativamente os depósitos e activos.

Os resultados para o banco FNB, que sugerem a redução de 90% nos depósitos, 73% nos activos e 76% nos custos operacionais, o que reflecte uma situação de ineficiência na utilização dos recursos. A recomendação de redução tão significativa nos inputs aponta que o banco está captando e mantendo muito mais recursos do que é necessário para gerar o nível actual de outputs, especialmente em relação a depósitos e activos. No entanto, como os bancos não têm o objectivo de reduzir depósitos ou activos, a interpretação mais adequada é que o FNB precisa reavaliar a maneira como está utilizar esses recursos.

O banco poderia operar de forma muito mais eficiente, com uma estrutura muito menor de recursos, sem comprometer sua capacidade de operação. A sugestão de manter o mesmo nível de créditos a clientes indica que, apesar do grande volume de recursos que o banco possui, ele não está a utilizar de maneira adequada para expandir sua carteira de empréstimos. Isso sugere uma não boa alocação de capital, onde grande parte dos activos e depósitos está sendo subutilizada ou mantida de forma ineficiente, sem contribuir significativamente para o aumento dos empréstimos.

A necessidade de reduzir os custos operacionais em 76% reforça que o banco está a incorrer em despesas elevadas desproporcionais ao nível de operação, o que contribui para a baixa eficiência. O facto de o modelo sugerir um aumento de 39% no resultado líquido demonstra que o banco tem um potencial que não está ser explorado, o de geração de lucros. Isso significa que, com uma melhor gestão dos recursos já captados e uma redução nas despesas operacionais, o FNB poderia aumentar substancialmente seus lucros sem a necessidade de captar mais depósitos ou expandir os activos. O foco estratégico deve estar na optimização dos processos internos, reavaliando a estrutura de custos e garantindo que cada depósito e activo seja usado de forma mais produtiva para maximizar os resultados financeiros. Assim, a prioridade não é reduzir os insumos drasticamente, mas melhorar a eficiência operacional e a utilização de capital para impulsionar a lucratividade do banco. Para os outros bancos ineficientes, pode fazer-se a mesma análise.

#### **4.3.3. Resultados do modelo baseado em folgas (SBM)**

Nesta secção analisa-se a eficiência dos bancos através do modelo baseado em folgas (*Slack-Based Measure-SBM*). Os modelos baseados em folga, usados na Análise Envoltória de Dados, oferecem algumas vantagens importantes em relação aos modelos tradicionais CCR e BCC, especialmente quando se trata de medir a eficiência com maior precisão. A principal diferença entre os modelos não-radiais (como o SBM) e os modelos radiais (como CCR e BCC) está na forma como tratam as ineficiências nos inputs e outputs. O modelo SBM mede a ineficiência de forma directa, considerando tanto os excessos de inputse défice de outputs, o que proporciona uma avaliação mais detalhada da ineficiência. Em contrapartida, os modelos CCR e BCC são radiais, o que significa que eles apenas consideram a proporcionalidade na redução de inputs ou aumento dos outputs. Eles não levam em conta a existência de folgas (slacks), que são variações adicionais nos inputs ou outputs após a projecção radial, ou seja, o uso excessivo de inputs ou a subprodução de outputs pode passar despercebido nesses modelos. Os resultados dessa análise é apresentada na Tabela 10.



Tabela 10-Resultados do modelo SBM

Bancos	SBM	Conjunto de Referência e Pesos	Folgas (em 1000MT)				
			S <sub>1</sub> -[A]	S <sub>2</sub> -[D]	S <sub>3</sub> -[C]	S <sub>1</sub> + [L]	S <sub>2</sub> + [E]
BIM	0.915	BIM(0.646); STANDARD(0.237); LETSHEGO (0.117)	22667944	21088894	0	0	13779119
BCI	1.000		0	0	0	0	0
STANDARD	1.000		0	0	0	0	0
ABSA	0.852	BCI(0.2748); LETSHEGO (0.7252)	1873816	6862722	1182525	1720275	0
BNI	1.000		0	0	0	0	0
FNB	0.206	LETSHEGO (0.369); SOCREMO(0.631)	14972182	15004119	1754997	77086	0
FCB	1.000		0	0	0	0	0
MOZA	0.856	BCI(0.1336); LETSHEGO (0.3553); BYPORT(0.5111)	6366079	10593232	0	1580660	0
NEDBANK	0.493	BCI(0.0321); LETSHEGO (0.9679)	13025188	16672465	772075	281109	0
MAIS	1.000		0	0	0	0	0
ACCESS	0.275	LETSHEGO (0.4491); SOCREMO(0.5509)	10918314	11839372	1262191	275326	0
LETSHEGO	1.000		0	0	0	0	0
UBA	1.000		0	0	0	0	0
SGM	0.522	MAIS (0.3625); LETSHEGO(0.6375)	5038393	7574866	273952.8	0	1561110
SOCREMO	1.000		0	0	0	0	0
BAYPORT	1.000		0	0	0	0	0
<b>Média</b>	<b>0.820</b>						

A partir dos resultados obtidos, conforme mostrado na Tabela 10, a média de eficiência de 0,820 (82%) obtida para o sector financeiro moçambicano sugere que, em média, os bancos estão a operar em um nível razoável de eficiência, mas ainda há espaço considerável para melhorias. Este índice implica que os bancos estão a utilizar cerca de 82% de seus recursos de forma eficaz para gerar resultados, enquanto a ineficiência de 18% representa uma oportunidade para melhorias na gestão e operação. Para os bancos identificados como ineficientes, por exemplo FNB, MOZA e SGM, possuem valores de eficiência abaixo de 1 (ou 100%), e a estratégia deve se concentrar na melhoria da gestão dos activos e no aumento da concessão de empréstimos, ao invés de se focar na redução do volume de depósitos.

Analisando banco SGM, com um valor de eficiência de 0,522 (52,2%), apresenta uma performance abaixo da média, indicando que há espaço significativo para melhorias em suas operações. O conjunto de referência para o SGM inclui os bancos MAIS (0,3625) e LETSHEGO (0,6375), que operam de forma mais eficiente, sugerindo deste modo, que o SGM pode beneficiar-se ao adoptar

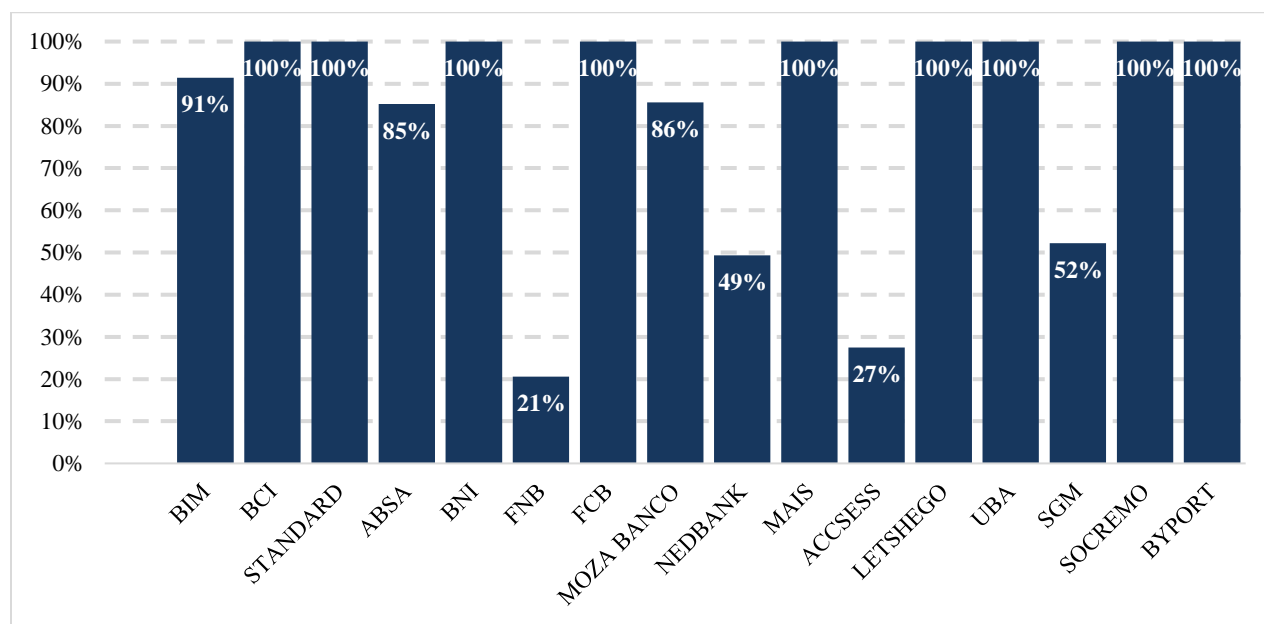
práticas e estratégias dessas instituições que estão apresentaram melhores resultados. As folgas identificadas no modelo SBM revelam áreas críticas que precisam de atenção. Com uma folga de 5,04 milhões de MT para activos totais, o SGM deve rever a forma de utilização de seus activos, buscando otimizar a eficiência operacional sem necessariamente reduzir a escala de suas operações. Além disso, a folga de 7,57 milhões de MT para os depósitos indica que o banco está acumula recursos que não estão a ser utilizados de maneira produtivas, o que pode impactar negativamente a sua rentabilidade. A folga de 2,74 milhões de MT para os custos operacionais sugere que o SGM tem margem para reduzir despesas, melhorando ainda mais sua eficiência. Por outro lado, o facto de não haver folga nos lucros e a necessidade de aumentar os empréstimos em 1,56 milhões de MT apontam para a necessidade urgente de estratégias que aumentem a concessão de crédito, o que é fundamental não apenas para melhorar os lucros, mas também para melhorar a eficiência geral do banco. Portanto, o SGM deve focar-se na optimização do uso de seus activos e depósitos, enquanto trabalha para aumentar seus lucros através da concessão de mais empréstimos, aprendendo com os bancos do seu conjunto de referência.

Embora o modelo sugira a redução de activos totais e depósitos para os bancos ineficientes como um caminho para aumentar a eficiência, é crucial compreender que a meta dos bancos não deve ser a diminuição dos depósitos. Em vez disso, a abordagem ideal seria otimizar a utilização desses recursos, garantindo que os activos e depósitos sejam alavancados de forma a maximizar os retornos e a rentabilidade. Além disso, é importante considerar o conjunto de referência para cada banco ineficiente. Por exemplo, o banco FNB tem como referências os bancos LETSHEGO e SOCREMO, que obtiveram pesos significativos no modelo. Esses bancos eficientes podem servir como modelos a serem seguidos, permitindo que o FNB identifique práticas de gestão bem-sucedidas que podem ser adaptadas para suas operações. Da mesma forma, o banco MOZA, que têm como referências os bancos BCI e LETSHEGO, pode aprender com as estratégias de eficiência desses bancos, potencializando sua própria eficiência. A análise dos pesos oferece uma visão valiosa sobre como os bancos ineficientes podem melhorar sua performance.

A abordagem recomendada para os bancos ineficientes deve incluir uma análise detalhada de suas operações e a identificação de áreas onde podem aumentar a eficiência sem sacrificar seus activos ou depósitos. Implementar práticas de gestão mais robustas, adoptar tecnologias que aumentem a produtividade e promover produtos que incentivem uma utilização mais eficiente dos recursos são

passos cruciais. Ao concentrar-se em estratégias que visam aumentar os lucros e a concessão de empréstimos, esses bancos poderão não apenas melhorar seu desempenho, mas também contribuir para o fortalecimento do sector financeiro moçambicano como um todo. Com uma média de eficiência de 82%, há um grande potencial para que esses bancos evoluam, adoptando melhorias que promovam a eficiência operacional e o crescimento sustentável.

A Figura 8 ilustra o nível de eficiência dos bancos obtidos via modelo SBM, da qual pode observar-se claramente que nove bancos alcançaram a fronteira de eficiência, o que significa que o processo de intermediação financeira para esses bancos foi satisfatório.



*Figura 8-Resultados do modelo SBM*

De acordo com Cooper, Seiford e Zhu (2004), os resultados obtidos via SBM reflectem não apenas os valores fracos de eficiência obtido pelos modelos CCR ou BCC, mas também outras ineficiências (de folga). Portanto, os resultados do modelo SBM podem proporcionar uma melhor discriminação entre os bancos em comparação com os modelos radiais (CCR e BCC). De maneira geral, e levando em consideração a eficiência média do sector, os bancos devem delinear políticas de gestão para aumentar sua eficiência e produtividade, especialmente para aqueles que foram classificados como ineficientes.

#### 4.3.4. *Ranking* dos bancos com base no índice de eficiência

A análise do *ranking* do sector financeiro moçambicano com base nos valores de eficiência obtidos pelos modelos CCR, BCC e SBM (Tabela 11) mostra que esses modelos são capazes de identificar múltiplos bancos com status de eficiência máxima, ou seja, com valores de eficiência iguais a 1 (100%). Quando isso ocorre, esses bancos são classificados na primeira posição do *ranking*, independentemente do seu tamanho ou presença no mercado. Isso demonstra que a eficiência é atribuída de acordo com a capacidade dos bancos de otimizar seus recursos e não necessariamente com base na sua escala ou expansão territorial.

Tabela 11-*Ranking* dos bancos com base nos modelos CCR-I, BCC-I e SBM, em 2022

<b>Bancos</b>	<b>CCR-I</b>	<b>Ranking</b>	<b>BCC-I</b>	<b>Ranking</b>	<b>SBM</b>	<b>Ranking</b>
BIM	0.7846	5	0.9637	2	0.915	2
BCI	0.8662	3	1.0000	1	1.000	1
STANDARD	0.7648	4	1.0000	1	1.000	1
ABSA	0.5168	10	0.8966	4	0.852	4
BNI	1.0000	1	1.0000	1	1.000	1
FNB	0.2547	12	0.2729	8	0.206	8
FCB	1.0000	1	1.0000	1	1.000	1
MOZA	0.5307	8	0.9090	3	0.856	3
NEDBANK	0.5276	9	0.5800	6	0.493	6
MAIS	0.9199	2	1.0000	1	1.000	1
ACCESS	0.3509	11	0.3700	7	0.275	7
LETSHEGO	1.0000	1	1.0000	1	1.000	1
UBA	1.0000	1	1.0000	1	1.000	1
SGM	0.6414	7	0.6482	5	0.522	5
SOCREMO	0.7052	6	1.0000	1	1.000	1
BAYPORT	1.0000	1	1.0000	1	1.000	1

De acordo com a análise dos resultados dos modelos (Tabela 8), o facto de alguns bancos apresentarem maior dimensão ou expansão em quase todo o país não necessariamente confere eficiência, como é o caso do BIM. Embora esses bancos possam ter uma presença significativa e ampla, isso não significa que estejam utilizando seus recursos de maneira otimizada. A eficiência não está directamente relacionada ao tamanho ou à escala de operação, mas sim à capacidade de maximizar o uso dos recursos disponíveis no processo de intermediação financeira. Os bancos que ocupam a primeira posição do *ranking*, são: BAYPORT, LETSHEGO, UBA, FCB e BNI. Esses bancos mostraram-se eficientes através da classificação feita pelos três modelos.

Portanto, para esses bancos, o processo de intermediação financeira foi satisfatório, o que quer dizer, essas instituições financeiras, actuam como intermediários entre poupadores e tomadores de recursos. Essas instituições recolhem recursos de pessoas ou empresas que possuem excesso de capital (poupadores), geralmente na forma de depósitos, e repassam esses recursos para aqueles que necessitam de capital (tomadores), como empresas e indivíduos, por meio de empréstimos, financiamentos ou investimentos. A função principal da intermediação financeira é facilitar o fluxo de recursos na economia, promovendo o uso eficiente do capital. Por exemplo, um banco recebe depósitos de clientes que desejam economizar seu dinheiro e, por outro lado, concede empréstimos a outros clientes que precisam de capital para investir em negócios, comprar imóveis ou outros fins. Nesse processo, o banco cobra juros sobre os empréstimos e paga juros sobre os depósitos, obtendo lucro na diferença entre as taxas aplicadas. Assim, a intermediação financeira é essencial para o desenvolvimento económico, pois conecta quem tem recursos disponíveis a quem precisa de financiamento para suas actividades.

Importa realçar que, os bancos ineficientes podem comparar-se entre eles, usando o seu valor de eficiência que é inferior a 1 (ou 100%). Por outro lado, os bancos eficientes que exibem o valor igual a 1 (ou 100%), podem ser ordenados através de modelos supereficientes, detalhados no estudo de Andersen e Petersen (1993) e Tone (2002). Neste o estudo, a análise de ranking dos bancos, é aferida através modelos básico de DEA supramencionados (CCR, BCC e SBM).

## 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 5.1. Conclusões

A avaliação da eficiência das organizações é de grande importância tanto no sector bancário como em outros sectores, uma vez que, através da avaliação da eficiência, as organizações que conseguem alcançar níveis de excelência podem servir de referência para empresas concorrentes. A busca por métodos de avaliação de eficiência das organizações tem mudado ao longo dos anos. Essas mudanças são resultado da constante evolução do mercado, e, por isso, surgiu a necessidade de actualizar os métodos de avaliação de eficiência com novas técnicas.

Com a adopção de técnicas não paramétricas como DEA, os bancos começaram a utilizar métodos de avaliação mais rigorosos, aumentando assim os seus níveis de eficiência e tornando-se mais eficientes e competitivos, o que fortalece a sua capacidade de se adaptar às necessidades do mercado. Este estudo teve como objectivos, determinar a eficiência relativa dos bancos, prever metas para os bancos ineficientes e criar um ranking baseado nesses valores. Com base nos resultados, conclui-se que:

- i) A média de eficiência de 74,14% pelo modelo CCR e 85,25% pelo BCC indica que, em média, o sector bancário moçambicano utiliza mais recursos do que o necessário para gerar seus resultados actuais, sugerindo um uso ineficiente de activos, depósitos e custos operacionais. O modelo SBM, com uma média de eficiência de 82%, reforça esses resultados, mostrando que há uma ineficiência média de 18% no sector, representando uma oportunidade significativa de melhoria, especialmente para bancos como FNB e ACCESS, que obtiveram valores muito abaixo de 100%. Alguns bancos, como BNI, FCB, LETSHEGO, UBA e BAYPORT, alcançaram a fronteira de eficiência em todos os modelos, enquanto outros, especialmente os maiores, como BIM, BCI e Standard Bank, apresentaram ineficiências, mesmo sendo líderes no mercado moçambicano.
- ii) Além disso, o estudo demonstra que a dimensão ou expansão geográfica dos bancos não garante eficiência. Bancos menores, como LETSHEGO e BAYPORT, mostraram uma gestão otimizada dos seus recursos, provando que a eficiência no processo de intermediação financeira não está ligada ao tamanho da instituição, mas à capacidade de maximizar o uso dos recursos disponíveis. Os bancos que não atingiram a eficiência devem focar-se em otimizar a

utilização de seus activos e depósitos, melhorar a gestão de custos e aumentar a concessão de crédito, tomando como referência os bancos mais eficientes. Esses ajustes podem elevar o nível de competitividade e sustentabilidade do sector financeiro em Moçambique, tornando-o mais robusto e capaz de enfrentar os desafios futuros.

- iii) O estudo também focou-se na projecção de metas ou valores-alvo que os bancos ineficientes devem seguir para melhorar sua eficiência e alcançar uma melhor posição no ranking. Os modelos DEA, como o BCC e o SBM, permitiram identificar os bancos eficientes que servem como referência para os demais, indicando boas práticas de gestão que podem ser adoptadas. Para cada banco ineficiente, foram calculados os pesos dos bancos eficientes de referência, e, com base nesses pesos, foram projetados valores-alvo para inputs e outputs, de forma que os bancos ineficientes possam melhorar seu desempenho. Por exemplo, o banco BIM, que apresentou uma eficiência de 78,46% no modelo CCR e 91,5% no SBM, deve tomar como referência os bancos BCI e FCB para atingir a fronteira de eficiência. As projecções indicam que o BIM poderia reduzir em 10% seus activos totais, 11% os depósitos e 4% os custos operacionais, mantendo o mesmo nível de lucro e aumentando a concessão de empréstimos em 41%. Essas metas indicam que o banco pode operar com muito mais eficiência ao otimizar o uso de seus recursos existentes. O banco FNB, por sua vez, com um nível de eficiência de 20,6% no modelo SBM, precisa reduzir seus activos em 73%, depósitos em 90% e custos operacionais em 76%, além de aumentar os lucros em 39%, reflectindo um grande espaço para melhoria.
- iv) Em termos de ranking, os bancos eficientes, como LETSHEGO, BAYPORT, UBA, FCB e BNI, que alcançaram 100% de eficiência em todos os modelos, ocupam as primeiras posições. Para melhorar seu ranking, os bancos ineficientes devem seguir as metas estabelecidas e aprender com as práticas dos bancos eficientes, buscando reduzir a ineficiência na alocação de seus recursos e aumentar a concessão de crédito, o que resultará em uma maior competitividade e melhor desempenho no sector bancário moçambicano.
- v) Embora o estudo tenha identificado que, para melhorar a eficiência, muitos bancos ineficientes apresentam metas de redução de activos e depósitos, é importante destacar que o objectivo dos bancos não deve ser reduzir seus depósitos ou activos de forma literal. A interpretação adequada dessas metas está relacionada à optimização do uso desses recursos. O foco deve ser em melhorar a eficiência operacional, garantindo que os activos e depósitos sejam utilizados

de maneira mais estratégica para gerar maiores retornos e, ao mesmo tempo, melhorar o processo de intermediação financeira. Os bancos ineficientes, devem reduzir principalmente seus custos operacionais, sem sacrificar os recursos que captam de clientes, como depósitos, ou seus activos totais. Os custos operacionais representam uma área chave onde os bancos podem cortar despesas e, ao mesmo tempo, manter a eficiência e aumentar a lucratividade. A redução nas despesas operacionais é essencial para libertar recursos que podem ser melhor alocados na concessão de empréstimos, aumentando o retorno sobre os activos e fortalecendo a competitividade do banco no sector financeiro.

## **5.2.Recomendações**

- i) Para melhorar a eficiência os bancos devem reduzir os custos operacionais, identificada como uma meta relevante em vários bancos sem comprometer o volume de depósitos e activos.
- ii) Optimizar os processos internos, adoptar novas tecnologias e melhorar a gestão de custos são estratégias que ajudarão os bancos ineficientes a melhorar sua posição no ranking e atingir um desempenho mais eficiente.
- iii) Aplicar modelos dinâmicos de DEA, como Índice de Malmquist e Windows Analysis (Análise de Janela) para avaliar a eficiência dos bancos em vários períodos, como também modelos super eficientes para criar ranking dos bancos eficientes.



## REFERÊNCIAS

1. Alfaiate, N.C., Ozdemir, Y.A., Alp, I. (2023). Efficiency Assessment of Mozambican Banks: A Slacks-Based Measure of Efficiency Approach. *Journal Of Economic and Business Issues*, 3(2), 26-39.
2. Ali, A. I., Seiford, L. M. (1993). *The mathematical programming approach to efficiency analysis*. New York, Oxford University Press.
3. Al-Shammari, M., Al-Tamimi, H., & Al-Mazrooei, F. (2014). The use of data envelopment analysis to assess the efficiency of banks listed on the Bahrain Stock Exchange. *Journal of Economics and Administrative Sciences*, 30(2), 129-145.
4. Amirteimoori, A., Sahoo, B. K., Mehdizadeh, S. (2023). Data envelopment analysis for scale elasticity measurement in the stochastic case: with an application to Indian banking. *Financial Innovation*, 9(1), 1-36.
5. Arrif, M., & Can, L. (2008). The determinants of Islamic banking efficiency: The case of Malaysia. *Review of Islamic Economics*, 12(1), 45-62.
6. Ataulah, A., Le, H., & Molyneux, P. (2004). The impact of bank mergers on efficiency: Evidence from the UK banking industry. *Applied Economics*, 36(8), 817-832.
7. Avkiran, N. K. (2011). The role of data envelopment analysis in banking: A review of the literature and future directions. *International Journal of Banking, Accounting and Finance*, 3(2), 179-197.
8. Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.
9. Boubaker, S., Le, T. D., Ngo, T. (2022). Managing bank performance under COVID-19: A novel inverse DEA efficiency approach. *International Transactions in Operational Research*, 30(5), 2436-2452.
10. Burki, A. A., & Ahmad, S. (2011). Bank governance changes in Pakistan: Is there a performance effect? *Journal of Economics and Business*, 63(2), 169-196.
11. Camanho, A. S., & Dyson, R. G. (1999). Efficiency analysis of banks: A comparison of DEA and multivariate statistical techniques. *European Journal of Operational Research*, 119(2), 371-381.
12. Casu, B., & Molyneux, P. (2003). A comparative study of efficiency in European banking. *Applied Economics*, 35(5), 663-676.
13. Coelli, T.J., Rao, D.S. P., O'Donnell, C.J., Battese, G. E. (1998). *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*. Boston, Dordrecht, London: Kluwer Academic Publisher, 41-310.
14. Cooper, W. W., Seiford, L. M., Zhu, J. (2011). *Handbook on Data Envelopment Analysis*. New York: Springer Science + Business Media, 1-211.
15. Cooper, W., Seiford, L., Tone, K. (2000). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, References, and DEA-Solver Software*. Boston: Kluwer Academic, 1-310.
16. Cooper, W.W., Seiford, L. M., Zhu, L. (2004). *Handbook on Data Envelopment Analysis*. New York: Kluwer Academic Publishers, 1-209.

17. David, D., Isaac, O., & Koye, A. (2017). The performance of deposit money banks in Nigeria pre and post consolidation: An evaluation using data envelopment analysis (DEA). *Journal of Finance and Economics*, 5(1), 19-27.
18. Dourado, P. (2009). Avaliação da eficiência no setor público: Uma proposta de aplicação da Análise Envoltória de Dados (DEA). *Revista de Administração Pública*, 43(2), 487-507.
19. Drake, L., & Hall, M. J. B. (2003). Efficiency in Japanese banking: An empirical analysis. *Journal of Banking & Finance*, 27(5), 891-917.
20. Eken, M. H., & Kale, S. (2011). Measuring bank branch performance using data envelopment analysis (DEA): The case of Turkish bank branches. *African Journal of Business Management*, 5(3), 889-901.
21. Erasmus, P. D., & Makina, D. (2014). An empirical study of bank efficiency in South Africa using the standard and alternative approaches to data envelopment analysis. *Journal of Economics and Behavioral Studies*, 6(7), 554-563.
22. Farrell, M. J. (1957). The measurement of productivity efficiency. *Journal of Royal Statistical Society*, 120, 253-290.
23. Favero, C. A., & Papi, L. (1995). Technical efficiency and the determinants of bank performance: A comparative analysis of Italian banks. *Journal of Banking & Finance*, 19(6), 1123-1139.
24. Fernandes, F. D. S., Stasinakis, C., Bardarova, V. (2018). Two-stage DEA-Truncated Regression: Application in Banking Efficiency and Financial Development. *Expert Systems with Applications*, 96, 284-301.
25. Førsund, F. R., Sarafoglou, N. (2002). On the origins of Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 17 (1-2), 23-40.
26. Førsund, F. R., Sarafoglou, N. (2005). The tale of two research communities: The diffusion of research on productive efficiency. *International Journal of Production Economics*, 98 (1), 17-40.
27. Gizaw, M. (2019). *Technical and Scale Efficiency of Private Commercial Banks in Ethiopia: Using Data Envelopment Analysis (DEA)*. Master's thesis, Addis Ababa University. Ethiopia.
28. Golany, B., & Storbeck, J. E. (1999). A comparative analysis of the performance of the South African banks: A data envelopment approach. *European Journal of Operational Research*, 116(3), 451-463.
29. Gonzalez, R, A, S. F. (2017). Medidas de eficiência radial e não radial na DEA: Aplicação à Avaliação de Municípios. Dissertação de mestrado em Controlo de Gestão e dos Negócios, Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa, Portugal.
30. Güneş, H., Yıldırım, D. (2016). Estimating Cost Efficiency of Turkish Commercial Banks under Unobserved Heterogeneity with Stochastic Frontier Models. *Central Bank Review, Research and Monetary Policy Department, Central Bank of the Republic of Turkey*, 16 (4), 127-136.
31. Hayat, M. A. (2011). Measuring the efficiency of banks: A data envelopment analysis approach. *Journal of Applied Finance and Banking*, 1(3), 163-178.
32. Hwang, Y. G., Park, S., Kim, D. (2018). Efficiency Analysis of Official Development Assistance Provided by Korea. *Sustainability*, 10 (8), 1-13.

33. Jiang, H., He, Y. (2018). Applying Data Envelopment Analysis in Measuring the Efficiency of Chinese Listed Banks in the Context of Macroprudential Framework. *Mathematics*, 6, 184.
34. Jose, P., Francisco, P., Javier, Q. (1997). Efficiency analysis in banking firms: An international comparison. *European Journal of Operational Research*, 98, 395-407.
35. Kamau, A. W. (2011). Intermediation efficiency and productivity of the banking sector in Kenya. *Interdisciplinary Journal of Research in Business*, 1 (9), 12-26.
36. Khan, A., & Khattak, M. I. (2016). Assessing the technical efficiency and productivity growth of commercial banks in Pakistan. *The Lahore Journal of Economics*, 21(1), 115-140.
37. Kizito, E.U. (2012). The Place of Financial Markets in the Development Process: Evidence from Nigeria. *Journal of Economics and Behavioral Studies*, 4 (11), 649-659.
38. Koopmans, T. C. (1951). An analysis of production as an efficient combination of activities. In T. C. Koopmans (Ed.), *Activity analysis of production and allocation* (pp. 33-97). New York: Wiley.
39. Kumar, N., Singh, A. (2014). Efficiency Analysis of Banks using DEA: A Review. *International Journal of Advance Research and Innovation*, 1, 120-126.
40. Lemequezeni, G. H. (2020). *Assessing Productivity and Efficiency in the Mozambican Banking Sector*. Master's Thesis, NOVA Information Management School. Universidade Nova de Lisboa. Lisbon.
41. Liu, J. S., Lu, L. Y. Y., Lu, W. M., Lin, B. J. Y. (2013). Data envelopment analysis 1978-2010: a citation-based literature survey. *Omega*, 41 (1), 3-15.
42. Lozano-Vivas, A., Pastor, J. M., & Hasan, I. (2001). Efficiency in the European banking sector: A comparison of parametric and non-parametric approaches. *Journal of Banking & Finance*, 25(7), 1187-1202.
43. Marlina, L., Sudana, S., Rusydiana, A. S. (2023). Intertemporal Efficiency Analysis on Indonesia Islamic Banks: A Window DEA Approach. *JURNAL EKONOMI SYARIAH*, 8(1), 24-34.
44. McAllister, P. H., & McManus, D. (1993). Resolving the productivity paradox in the banking industry: A comparison of nonparametric techniques. *Journal of Banking & Finance*, 17(4), 739-759.
45. Mousa, G. A. (2015). Financial Ratios versus Data Envelopment Analysis: The Efficiency Assessment of Banking Sector in Bahrain Bourse. *International Journal of Business and Statistical Analysis*, 2 (2), 2384-4663.
46. Nabilah, N., & Al Arif, M. N. R. (2022). Spin-off and efficiency in Islamic banks: DEA approach. *Jurnal Ekonomi & Keuangan Islam*, 197-205.
47. Ncube, M. (2009). *Efficiency of banking sector in South Africa*. African Economic conference. United Nations Conference Centre, Addis Ababa-Ethiopia, 11-13.
48. Nguyen, V. H. (2007). *Measuring Efficiency of Vietnamese Commercial Banks: An Application of Data Envelopment Analysis (DEA)*, in Khac Minh Nguyen and Thanh Long Giang (ed.). *Technical Efficiency and Productivity Growth in Vietnam*. Publishing House of Social Labor, Tokyo.
49. Othman, A. H. A., Aris, N. A., Mardziyah, A., Zain, R. M., & Rahmat, M. (2016). The efficiency of Islamic banks: An empirical investigation in the MENA countries. *Asian Journal of Business and Accounting*, 9(1), 25-49.

50. Palecková, I. (2017). Application of Window Malmquist index for examination of efficiency change of Czech commercial banks. *DANUBE: Law, Economics and Social Issues Review, De Gruyter, Warsaw*, 8, (3), 173-190.
51. Pastor, J., Perez, F., Quesada, J. (1997). Efficiency analysis in banking firms: An international comparison. *European Journal of Operational Research*, 98 (2), 395-407.
52. Qayyum, A., & Khan, S. (2010). Efficiency and sustainability of microfinance institutions in South Asia. *Pakistan Economic and Social Review*, 48(1), 59-76.
53. Raphael, G. (2012). Commercial banks efficiency in Tanzania: A non-parametric approach. *European Journal of Business and Management*, 4 (21), 2222-2839.
54. Řepková, I. (2012). *Measuring the efficiency in the Czech banking industry: Data Envelopment Analysis and Malmquist index*. In: Proceedings of 30th International Conference Mathematical Methods in Economics. Silesian University, School of Business Administration, Karviná.
55. Rezitis, A.N. (2006). Productivity Growth in the Greek Banking Industry: A Nonparametric Approach. *Journal of Applied Economics*, 9 (1), 119–138.
56. Rogova, E. M., & Blinova, E. A. (2018). Technical efficiency and its determinants: Evidence from the Russian banking sector. *Russian Journal of Economics*, 4(3), 282-298.
57. Rosado, J. P. R. (2008). Avaliação da Eficiência de Áreas de distribuição de Energia eléctrica em Portugal: Aplicação de Data Envelopment Analysis. Dissertação de mestrado em Gestão Empresarial. Universidade de Algarve, Faculdade de Economia, Faro, Portugal.
58. Sardar, S., Ahmad, S., & Haq, I. U. (2013). Cost efficiency and bank performance: Evidence from commercial banks in Pakistan. *Journal of Business and Economics*, 5(1), 189-207.
59. Sathye, M. (2002). Efficiency of banks in a developing economy: The case of India. *European Journal of Operational Research*, 148(3), 662-671.
60. Shah, W. U. H., Hao, G., Yan, H., & Yasmeen, R. (2022). Efficiency evaluation of commercial banks in Pakistan: A slacks-based measure Super-SBM approach with bad output (Non-performing loans). *PLoS One*, 17(7), e0270406.
61. Sherman, G., Gold, F. (1985). Bank branch operating efficiency: evaluation with data envelopment analysis. *Journal of Banking & Finance*, 9 (2), 297-315.
62. Soteriou, A., & Stavrinides, Y. (1997). The use of data envelopment analysis in the evaluation of bank branch efficiency. *International Journal of Bank Marketing*, 15(4), 130-142.
63. Staub, K. R., De Melo, C. F., & Lima, J. E. (2010). The efficiency of Brazilian banks: An analysis based on data envelopment analysis. *Journal of Banking & Finance*, 34(3), 546-558.
64. Sufian, F., & Kamarudin, F. (2014). Efficiency and returns to scale in the Bangladesh banking sector: Empirical evidence from the slack-based DEA method. *International Journal of Business Performance Management*, 15(4), 344-368.
65. Vedula, S., & David, S. (2004). Efficiency analysis of New Zealand banks: An application of data envelopment analysis (DEA). *International Journal of Banking, Accounting and Finance*, 1(1), 76-90.
66. Wanke, P., Barros, C. P., Emrouznejad, A. (2016). *Assessing productive efficiency of banks using integrated Fuzzy-DEA and bootstrapping: A case of Mozambican banks*. Available at: <<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.10.018>> (Acessado: 17 Setembro de 2023).

67. Worimegbe, T. S., & Benneth, O. E. (2019). Assessing the influence of financial institutions' efficiency on the performance of deposit money banks in Nigeria: A DEA approach. *Journal of Economics and Finance*, 10(1), 56-63.
68. Wu, H., Yang, J., Wu, W., Chen, Y. (2023). Interest rate liberalization and bank efficiency: A DEA analysis of Chinese commercial banks. *Central European Journal of Operations Research*, 31(2), 467-498.
69. Yang, H. (2009). The efficiency of banking industry: A review and future directions. *Journal of Business Research*, 62(1), 143-151.
70. Zimková, E. (2014). Technical Efficiency and Super-Efficiency of the Banking Sector in Slovakia. *Procedia Economics and Finance*, 12, 780-787.